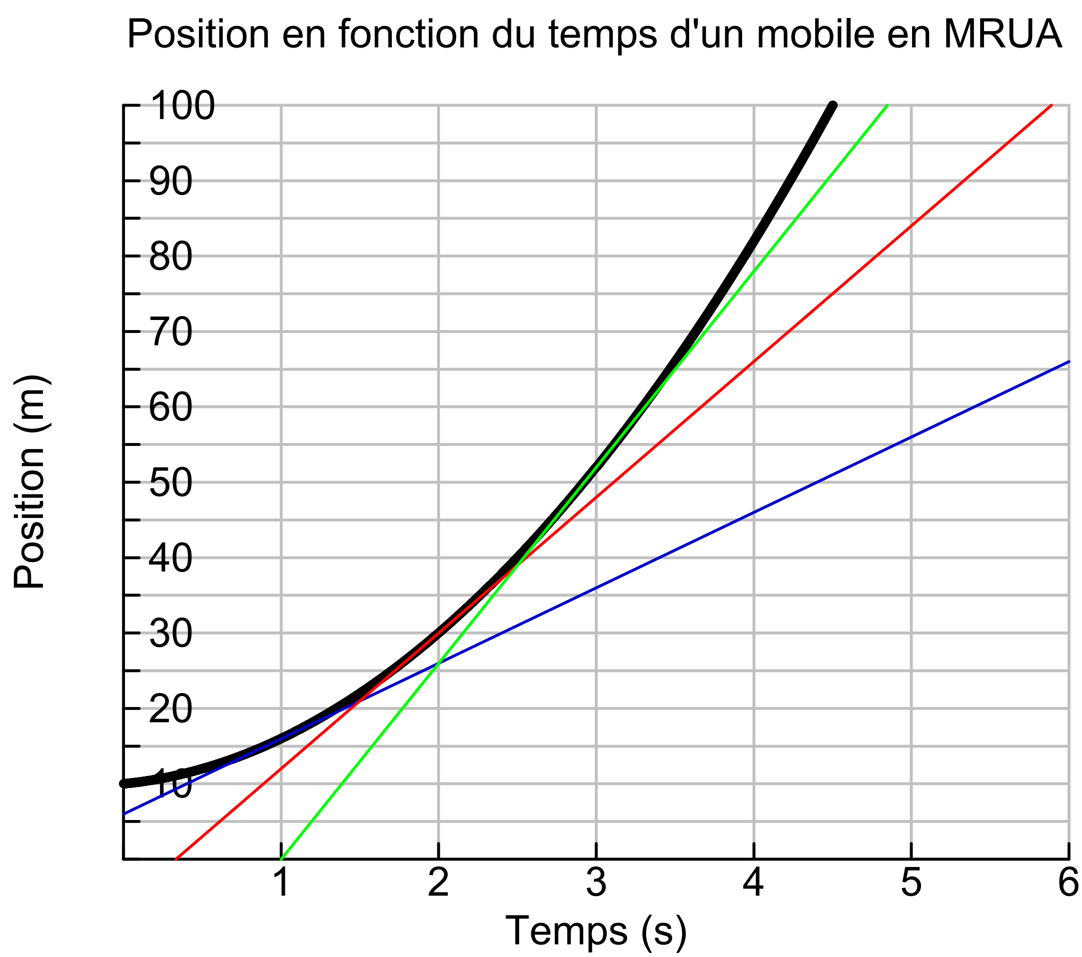
LE CALCUL DE LA VITESSE INSTANTANÉE POUR UN MRUA

Contrairement au MRU, il y a une distinction à faire entre le concept de vitesse moyenne et de vitesse instantanée. La vitesse changeant en tout instant, la vitesse instantanée représentera la vitesse réelle du mobile pour un instant précis, alors que la vitesse moyenne deviendra une vitesse fictive constante qui permettrait, pour un certain intervalle de temps, de faire le même déplacement que le mobile dont la vitesse est en perpétuelle changement.

Dans le graphique de la position en fonction du temps d'un MRUA, il est possible de déterminer la vitesse moyenne. À l'instar du MRU, la vitesse instantanée se déterminera par un calcul de taux de variation, mais cette fois-ci, ce calcul ne se fera pas directement sur la courbe, mais plutôt sur la tangente de la courbe tracé au temps dont la vitesse instantanée nous intéresse.

Dans l'exemple qui suit, nous pouvons observer en noire, la courbe d'un mobile se déplaçant en MRUA selon l'équation suivante où s représente la position du mobile et t le temps:

$$\overrightarrow{\Delta s} = 4 \cdot \Delta t^2 + 2 \cdot \Delta t + 10$$



Sur ce graphique, nous nous intéresserons à calculer la vitesse instantanée de trois temps différents 1s, 2s et 3s. Pour ce faire, nous avons tracé la tangente à la courbe pour ses trois points. La tangente à une seconde est en bleue, à 2s en rouge et à 3s en vert. Pour calculer la vitesse instantanée à ces trois temps, il suffit de prendre deux points sur chacune de ces droites et de calculer le taux de variation.

Probablement, que vous trouvez un caractère approximatif à cette méthode, il n'est pas aisé de tracer correctement la tangente et il n'est parfois guère plus facile de déterminer précisément les coordonnées de deux points sur cette dernière. Procédons quand même à l'exercice pour le temps 2s (tangente rouge). Premièrement, sortons les coordonnées de deux points sur cette tangente: (4, 66) et (5,84). Calculons maintenant le taux de variation de la tangente à l'aide de ces deux points.

$$\frac{84 \cdot m - 66 \cdot m}{5 \cdot s - 4 \cdot s} \qquad \frac{18 \cdot m}{s}$$

La vitesse instantanée approximative du mobile à la 2e seconde est de 18 m/s.

LE CALCUL DE LA VITESSE INSTANTANÉE PAR LA DÉRIVÉE

Quand est-il lorsque nous désirons déterminer la vitesse instantanée de façon plus exacte. Un calcul a été développé pour trouver l'équation des différentes tangentes associées à une courbe, il s'agit de la dérivée. Voici comment calculer la dérivée d'une parabole, à partir de notre exemple.

Il faut d'abord se rappeler l'écriture sous jacente à la forme: $ax^2 + bx + c$

Il s'agit de: $ax^2 + bx^1 + cx^0$

À partir de cette écriture, il faut descendre l'exposant de la variable x en position de multiplicateur devant le coefficient de la variable. Pour connaître l'exposant qui doit demeurer sur la variable on soustrait 1 à la valeur qui était là précédemment.

$$ax^2 + bx^1 + cx^0$$

$$2 \cdot ax^{(2-1)} + 1 \cdot bx^{(1-0)} + 0 \cdot cx^{(1-0)}$$

$$2 \cdot ax^1 + 1 \cdot bx^0 + 0$$

$$2 \cdot ax + b$$

Appliquons la dérivée à notre exemple:

$$4 \cdot \Delta t^2 + 2 \cdot \Delta t + 10$$

$4\cdot\Delta t^{2} + 2\cdot\Delta t^{1} + 10\cdot\Delta t^{0}$

$2\cdot4\cdot\Delta t^{(2-1)} + 1\cdot2\cdot\Delta t^{(1-0)} + 0\cdot10\cdot\Delta t^{(0-1)}$

$8\cdot\Delta t + 2$

Maintenant que nous avons l'équation de la dérivée, il nous est possible de trouver le taux de variation de la tangente, donc la vitesse instantanée, pour n'importe quel temps.

Reprenons notre temps 2s dont nous avons trouvé approximativement la vitesse instantanée. Pour trouver notre vitesse instantanée précisément, il suffit de placer ce temps dans l'équation de la dérivée de notre courbe représentant notre mouvement.

$8\cdot\Delta t + 2$

$8\cdot2 + 2$

18

La vitesse instantanée au temps 2s est précisément de 18 m/s, notre approximation était donc bonne et montre bien que le l'utilisation de la dérivée revient au même que de calculer le taux de variation de la tangente.

Grâce à la dérivée, nous pouvons donc déterminer la vitesse instantanée à n'importe quel temps de notre mouvement.

à la 1re seconde: $8\cdot1 + 2$ = 10 m/s

à la 3e seconde: $8\cdot3 + 2$ = 26 m/s

à la 10e seconde: $8\cdot10 + 2$ = 82 m/s

au temps 1.56 s: $8\cdot1.56 + 2$ = 14.48 m/s

Le calcul de la dérivée vous permet de déterminer rapidement, ce qui serait beaucoup plus long à l'aide du tracé de la tangente, mais en plus, il rend possible l'automatisation de cette tâche dans certains logiciels comme Excel.