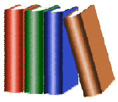
PLAN DE TRAVAIL

LA FONCTION POLYNOMIALE DE DEGRÉ 2 OU QUADRATIQUE OU PARABOLE)
(Manuel 1 : Vision 2)

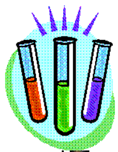
Nombre de périodes :

Construction des connaissances :	**périodes**
SAÉ « MegaWoosh »	**X périodes**

Légende :



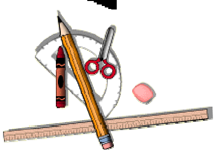
Recherche bibliographique



Expérimentation

Simulation informatique

Projet



Activité

Entraînement

CONSTRUCTION DES CONNAISSANCES

LA FONCTION POLYNOMIALE DE DEGRÉ 2
(SYNONYME : FONCTION QUADRATIQUE OU FONCTION PARABOLE)

COURS 1

1- PRÉSENTATION DE LA MISSION « MEGAWOOSH »

Par:Frédéric Cloutier

2- LA FACTORISATION

Nous passerons deux cours sur cette technique algébrique, elle est importante, car elle est à la base de la méthode qui permet de trouver les zéros de la fonction polynomiale de degré 2 et de faire le passage entre les différentes formes de la règle.

Factoriser un nombre consiste à trouver deux nombres qui multiplié ensemble donneront ce nombre. Les deux nombres ainsi trouvés s'appellent facteurs.

Ex. 8 et 9 sont des facteurs de 72, car 8 x 9 = 72

Il est aussi possible de factoriser une expression algébrique, il s'agit de trouver deux facteurs qui multiplié ensemble donnent l'expression algébrique. Les facteurs peuvent être des nombres et/ou des expressions algébriques.

Ex. 2 et (x+3) sont des facteurs de 2x+6, car $2\cdot(x+3)=2x+6$

Lorsque deux facteurs contiennent la variable x, le produit de ces deux facteurs engendre une fonction polynomiale de degré 2 sous forme générale (ax^2+bx+c).

Ex.
Facteurs : (x+1) et (x+4)
$(x+1)\cdot(x+4)=x^2+4x+x+4=x^2+5x+4$

Plusieurs méthodes permettent de partir de la forme générale de la fonction polynomiale de degré 2 pour retrouver les deux facteurs qui engendrent cette fonction.

<u>Voici les méthodes que nous apprendrons :</u>

- A- La mise en évidence simple (rappel)
- B- La mise en évidence double (rappel)
- C- La différence de deux carrés
- D- Le trinôme carré parfait
- E- La complétion du carré

A- LA MISE EN ÉVIDENCE SIMPLE
(S'applique à quelques binômes)

Lecture : Manuel Tome 1 Vision 2 p.78 Section : « Mise en évidence simple »

B- LA MISE EN ÉVIDENCE DOUBLE
(S'applique à quelques expressions à 4 termes)

Lecture : Manuel Tome 1 Vision 2 p.79 Section : « Mise en évidence double »

C- LA DIFFÉRENCE DE DEUX CARRÉS
(S'applique à quelques binômes)

Pour factoriser une différence de deux carrés, on utilise la technique suivante :

Ex. $9x^2 - 36$ ($9x^2$ est un carré, car $3x \cdot 3x = 9x^2$ et 36 est un carré, car $6 \cdot 6 = 36$)

$$(a^2 - b^2) = (a+b) \cdot (a-b)$$
$$(9x^2 - 36) = (\sqrt{9x^2} + \sqrt{36}) \cdot (\sqrt{9x^2} - \sqrt{36}) = (3x+6)(3x-6)$$

Preuve :
$$(3x+6)(3x-6) = 9x^2 - 18x + 18x - 36 = 9x^2 - 36$$

Exercices :

Factorise les différences de carrés suivantes :

a) $a^2 - 81$
b) $4a^2 - 1$
c) $9a^2x^2 - 4$
d) $a^4 - b^4$
e) $(a+b)^2 - 9$
f) $(a + 2b)^2 - (3x + 4y)^2$

Corrigé à la fin de ce cours

D- LE TRINÔME CARRÉ PARFAIT
(s'applique à quelques trinômes)

Le trinôme carré provient d'un binôme élevé au carré. Exemple $x^2+8x+16$ est un trinôme car, car il vient de binôme (x+4) élevé au carré.

$(x+4)^2 = x^2+8x+16$

Il est possible de reconnaître un trinôme carré parfait. En effet, il respecte toujours les trois critères suivants :

1- Le premier terme est un carré $(\mathbf{x^2}+8x+16)$
2- Le dernier terme est un carré $(x^2+8x+\mathbf{16})$
3- Le deuxième terme est le double produit des racines du premier et du dernier terme (il ne faut pas considérer le signe du 2e terme)

$(x^2+\mathbf{8x}+\mathbf{16}) \Rightarrow (2 \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{16} = 2 \cdot x \cdot 4 = 8x)$

On factorise un trinôme carré de la façon suivante :

(√(1er terme), signe du 2e terme, √(3e terme)

Ex. $x^2 - 14x + 49$

Est-ce un trinôme carré ?

1- Le premier terme est un carré (x^2 donc oui)
2- Le dernier terme est un carré (49 donc oui)
3- Le deuxième terme est le double produit des racines du premier et du dernier terme
$2 \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{49} = 2 \cdot x \cdot 7 = 14x$, comme on ne considère pas le signe, oui

Comme c'est un trinôme carré, on le factorise ainsi :

$x^2 - 14x + 49$

$(\sqrt{x^2} - \sqrt{49})^2 = (x - 7)^2$

Identifie si ces trinômes suivants sont des trinômes carrés, si oui, factorise-les :

a) $x^2 + 2x + 1$
b) $a^2 + 6a + 9$
c) $a^2 + 12a + 24$
d) $a^2 + 8a + 16$
e) $x^2 - 3x + 25$
f) $1 - 4y + 4y^2$
g) $100 + x^2 + 20x$
h) $4x^2 + 16x + 16$
i) $25x^2 - 40x + 16$

Corrigé à la fin de ce cours

Mise à jour :
p. 80 nos 3 et 4
Erreur corrigé : P.84 no 3 h) oui, car ~~4/5~~ ⇒oui, car 6/5…

Corrigé exercices du plan de travail du cours 7

Exercices différence de carrés :

a) (a+9)(a-9)
b) (2a+1)(2a-1)
c) (3ax+2)(3ax-2)
d) $(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$
e) (a+b+3)(a+b-3)
f) (a+2b+3x+4y) (a+2b-3x-4y)

Exercices trinômes carrés parfaits :

a) oui, $(x+1)^2$
b) oui, $(a+3)^2$
c) Non, le 3e terme n'est pas un carré
d) Oui, $(a+4)^2$
e) Non, $2 \cdot \sqrt{1} \cdot \sqrt{25} \neq 3$
f) Oui, $(2y-1)^2$
g) Oui, $(x+10)^2$
h) Oui, $(2x+4)^2$
i) Oui, $(5x-4)^2$

COURS 2

E- LA COMPLÉTION DU CARRÉ

Les trinômes de type (ax^2+bx+c) ne répondent pas toujours aux critères pour être un trinôme carré parfait, il faut donc se doter d'une dernière méthode qui permettra de factoriser n'importe quel trinôme, qu'il soit un carré parfait ou non.

La compréhension des méthodes de factorisation du trinôme carré parfait et de la différence de deux carrés est indispensable à la compréhension de cette dernière méthode.

Théorie : Manuel Vision 2 : Lecture p.88 section « Factorisation : Complétion du carré »

<u>Pourquoi doit-on ajouter et soustraire $(b/2)^2$ pour compléter le carré?</u>

1- Pourquoi ajouter et soustraire, tout simplement pour ne pas modifier la valeur de l'équation. Par exemple, si je te donne 2$ puis je t'enlève 2$, rien n'a changé, donc cette action n'a rien modifié de la valeur de votre portefeuille.

2- Pourquoi $(b/2)^2$, parce qu'on sait que l'on veut créer un trinôme carré parfait. Dans ce dernier, la valeur du 2e terme, soit b, doit être de $2\sqrt{a}\sqrt{c}$. Isolons la valeur du troisième terme d'un trinôme carré dans cette expression soit c :

$$b = 2\sqrt{a}\sqrt{c}$$

$$\sqrt{c} = \frac{b}{2\sqrt{a}}$$

$$c = (\frac{b}{2\sqrt{a}})^2$$

Après la mise en évidence simple ayant pour but d'enlever le coefficient du x^2 dans le trinôme, on se retrouve avec un coefficient a dont la valeur est 1. Si on remplace sa valeur dans l'expression ci-dessus, on obtient :

$$c = (\frac{b}{2\sqrt{a}})^2 = (\frac{b}{2\sqrt{1}})^2 = (\frac{b}{2})^2$$

Exercices :

Factorise les trinômes suivants à l'aide de la méthode de la complétion du carré

a) x^2+8x+5
b) $y^2+9y-10$
c) $x^2+2x-323$
d) $x^2-7x-228$
e) $x^2-10x-25$
f) $2x^2-10x-12$
g) $2m^2+4m-16$
h) $3x^2-33x+84$

Corrigé à la fin de ce cours

Mise au point 2.1
p. 91 nos 3 et 4

Corrigé exercices du cours 2 :

a) $(x+\sqrt{11}+4)(x-\sqrt{11}+4)$
b) $(y-1)(y+10)$
c) $(x-17)(x+19)$
d) $(x-19)(x+12)$
e) $(x+5(\sqrt{2}-1))(x-5(\sqrt{2}+1))$
f) $2(x-6)(x+1)$
g) $2(m-2)(m+4)$
h) $3(x-4)(x-7)$

COURS 3

1- THÉORIE PAR L'ENSEIGNANT À L'AIDE D'UN FICHIER EXCEL (CANON)

- La règle générale de la parabole
- Comment reconnaître qu'une table de valeurs est associée à une parabole
- La parabole est une fonction symétrique
- L'influence du coefficient « c » de la forme générale sur l'ordonnée à l'origine de la parabole.

2- THÉORIE PAR L'ENSEIGNANT AU TABLEAU

- Présentation de la forme canonique à 4 paramètres de la parabole
- Coordonnées du sommet et équation de l'axe de symétrie en lien avec la règle canonique
- Passage de la règle canonique à 4 paramètres vers la règle à 3 paramètres
- Passage de la règle canonique à la générale un exemple numérique
- Passage de la règle canonique à 3 paramètres à la générale un exemple algébrique

- Liens entre les coefficients de la forme générale et les paramètres de la forme canonique.
- Comment trouver les coordonnées du sommet à partir de la forme générale.
- Comment trouver les l'équation de l'axe de symétrie à partir de la forme générale.

Mise au point 2.1
p. 91 nos 1 et 2

COURS 4

1- Pratique des contenus du cours 3

Mise au point 2.1
p. 91 nos 5, 6, 8, 11

1- DEVOIR: Temps accordé pour construire votre rampe (45 min. pour un total de 45 min.)

COURS 5

1- THÉORIE : LA FORME FACTORISÉE DE LA RÈGLE DE LA FONCTION POLYNOMIALE DE DEGRÉ 2

Comme plusieurs fonctions, la fonction polynomiale de degré 2 possède deux écritures différentes de sa règle, soit la forme canonique et la forme générale. Mais, contrairement aux autres fonctions que nous étudierons cette année, c'est la seule fonction qui possédera une troisième écriture de sa règle, soit la forme factorisée :

$$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$$

Dans la forme factorisée, le « a » représente le paramètre « a » de la forme canonique, ce qui est équivalent au coefficient « A » de la forme générale.

L'utilité principale de cette forme de la règle est de nous renseigner directement sur la valeur des zéros de la fonction. En effet, x_1 et x_2 représentent les deux zéros de la parabole.

Par exemple, la fonction $-2(x-1)(x+2)$ aura des zéros à $x=\mathbf{1}$ et $x=\mathbf{-2}$ ($-2(x-\mathbf{1})(x-(\mathbf{-2}))$). De plus, comme son « a » est négatif, son sommet sera un maximum, car l'ouverture de la parabole sera vers le bas.

La forme factorisée de la fonction quadratique est obtenue par sa factorisation, vous comprendrez donc que la factorisation est la méthode algébrique qui vous permettra de trouver les zéros de la fonction polynomiale de degré deux.

PASSAGE DE LA FORME GÉNÉRALE À LA FORME CANONIQUE ET PASSAGE DE LA FORME GÉNÉRALE À LA FORME FACTORISÉE

Lire l'encadré beige de la p.89

N.B. La forme factorisée n'existe pas pour toutes les paraboles, elle n'existe que pour les paraboles qui possèdent des zéros. Essayez de factoriser une parabole sans zéro pour voir ce que vous obtiendrez (ex. $2(x+1)^2+4$).

Mise au point 2.1
p.91 nos 9 et 10

DEVOIR: Temps accordé pour construire votre rampe (45 min. pour un total de 90 min.)

COURS 6

RECHERCHE DE LA RÈGLE D'UNE FONCTION POLYNOMIALE DE DEGRÉ 2

- Trouver la règle canonique à 3 paramètres à partir du sommet et d'un point
- Trouver la règle factorisée à partir des zéros et d'un point

Lecture p. 90

Mise au point 2.1
p.91 nos 7, 12 et 13

DEVOIR:
Temps accordé pour construire votre rampe (45 min. pour un total de 135 min.)

COURS 7

PRATIQUE DE PROBLÈME ÉCRIT SUR LA PARABOLE

Mise au point 2.1
p.91 nos 16, 18 et 20

DEVOIR:
Temps accordé pour construire votre rampe (45 min. pour un total de 180 min.)

COURS 8

Activité pour déterminer si une parabole a des zéros

À Partir de différentes fonctions tracées dans Geogebra :

1- DÉTERMINER UNE MÉTHODE QUI PERMETTRAIT, À PARTIR DES PARAMÈTRES DE LA RÈGLE CANONIQUE, DE DÉTERMINER SI LA PARABOLE POSSÈDE UN, DEUX OU AUCUN ZÉRO.

Faites valider votre méthode par votre enseignant

2- DÉTERMINER UNE MÉTHODE QUI PERMETTRAIT, À PARTIR DE LA COMPLÉTION DU CARRÉ DE LA FORME GÉNÉRALE DE SAVOIR SI LA PARABOLE POSSÈDE UN, DEUX OU AUCUN ZÉRO.

Faites valider votre méthode par votre enseignant

2- DÉTERMINER UNE MÉTHODE QUI PERMETTRAIT, À PARTIR DES COEFFICIENTS DE LA FORME GÉNÉRALE, DE SAVOIR SI LA PARABOLE UN SEUL ZÉRO.

Faites valider votre méthode par votre enseignant

ZÉROS ET POINT DE RENCONTRE AVEC UNE DROITE CONSTANTE PAR FACTORISATION

- Déterminer les zéros de la fonction polynomiale de degré 2 par factorisation
- Point de rencontre entre une parabole et une droite constante par factorisation

Lecture p.102 section « Factorisation »

Mise au point 2.2
p.104 nos 1, 2, 6, 10, 14 et 16

COURS 9

ZÉROS ET POINT DE RENCONTRE AVEC UNE DROITE CONSTANTE PAR LA FORMULE QUADRATIQUE

- Déterminer les zéros de la fonction polynomiale de degré 2 par la formule quadratique
- Point de rencontre entre une parabole et une droite constante par la formule quadratique

Théorie par l'enseignant

Mise au point 2.2
p.104 nos 4, 7, 9, 15, 17 et 18

COURS 10 et 11

1) Modélisation du mouvement parabolique de la bille lancée par votre rampe.
2) Conception de votre calculateur automatique pour l'évaluation

COURS 12

Test de connaissance qui permettra de déterminer le nombre d'essais de votre équipe pour la SAÉ Megawoosh et qui me permettra de juger de votre compréhension de la fonction polynomiale de degré 2 (notions des cours 7 à 15).

ÉVALUATION CD2 et CD1 (Megawoosh)
Semaine d'examen de décembre