

Planification
LES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES - Vision 6

COURS 1

DE NOUVEAUX RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES

THÉORIE PAR L'ENSEIGNANT

- D'autres rapports trigonométriques (sécante, cosécante et cotangente)
- Relation entre sinus, cosinus et tangente
- Implication de la relation précédente sur la cotangente
- Qu'est-ce qu'un angle en radian ?
- Combien de radians dans un cercle ?
- Passage d'une mesure d'angle en degré à une mesure d'angle en radian.
- (mesures approximatives et exactes)
- Passage d'une mesure d'angle en radian à une mesure d'angle en degrés.
- (mesures approximatives et exactes)

EXERCICES:

1. Détermine la valeur de x dans chacune des expressions suivantes :

a) $\sin 70^\circ = \frac{x}{2}$	b) $\cos x = \frac{1}{2}$	c) $\tan x = \frac{1}{4}$	d) $\operatorname{cosec} x = 1,4$
e) $\sec 30^\circ = \frac{x}{2}$	f) $\cot 0,7^\circ = x$	g) $\frac{\sin x}{\cos x} = 0,25$	h) $\frac{\cos x}{\sin x} = 0,25$

2. Dessine-toi un triangle ABC comme celui de la section théorique de l'enseignant. Sers-toi de ce dernier pour compléter les énoncés suivants:

a) $\sin (90^\circ - A) = \cos \underline{\hspace{2cm}}$	d) $\cos (90^\circ - B) = \underline{\hspace{2cm}} B$
b) $\sin (90^\circ - B) = \underline{\hspace{2cm}} B$	e) $\tan (90^\circ - A) = \cot \underline{\hspace{2cm}}$
c) $\cos (90^\circ - A) = \sin \underline{\hspace{2cm}}$	f) $\tan (90^\circ - B) = \underline{\hspace{2cm}} B$

3. Manuel Vision 6 p.92 nos 1 et 2

Corrigé exercices 1 et 2

No 1 : a) 1,88 b) 60° c) $14,04^\circ$ d) $45,58^\circ$
 e) 2,31 f) 81.85 g) $14,04^\circ$ h) 75.96°
 No 2: a) A b) \cos c) A d) \sin e) A f) \cot

COURS 2

LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

THÉORIE PAR L'ENSEIGNANT

- Qu'est-ce qu'un cercle trigonométrique ?
- Qu'est-ce qu'un point trigonométrique (nom et coordonnées)?
- Comment trouver la coordonnée x et y d'un point trigonométrique si on connaît le nom du point (valeur approximative)?
- Les 16 points importants du cercle trigonométrique.
- Comment nommer les 16 points indispensables.
- Deux triangles indispensables (30° et 45°)
- Nom et coordonnées exactes des 16 points importants du cercle trigonométrique.

EXERCICES:

Manuel Visions 6 P.92 nos : 3 à 6

Vous aurez besoin de crayons de 3 couleurs différentes, pour réaliser une activité au prochain cours.

COURS 3

LES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES DE BASE

ACTIVITÉ DE CRÉATION DES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES DE BASE PARTIE 1 ET 2

Version papier amenée par l'enseignant, mais aussi disponible sur le centres des ressources.

À REMETTRE AU DÉBUT DE LA PROCHAINE PÉRIODE

EXERCICES:

Manuel Visions 6 P.92 nos : 7, 9, 13, 16

COURS 4

THÉORIE PAR L'ENSEIGNANT

Qu'est-ce qu'un cycle, une période, une amplitude et une fréquence

ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION DE BASE

Activité de création des fonctions de base dans Excel (Centre des ressources)

COURS 5

THÉORIE PAR L'ENSEIGNANT

Retour sur le lien entre le cercle trigonométrique et les fonctions de base sin et cos pour tous les multiples de $\pi/2$.

Les propriétés de la fonction sinus de base (impact du modèle cyclique)

- Domaine et codomaine
- Ordonnée à l'origine
- Extremum : Maximum et minimum
- Période et fréquence
- Les zéros

EXERCICES:

Remplir le tableau suivant pour la fonction cosinus de base, en vous servant des principes appris pour la fonction sinus de base. Ne pas remplir les cases en gris.

PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION COSINUS DE BASE

Domaine :		Extrémums	Minimum :	
Codomaine :			Maximum :	
Période :		Signes	Positif :	
Fréquence :			Négatif :	
Ordonnée à l'origine :		Variation	Croissance :	
Amplitude :			Décroissance :	
Zéro(s) :				

COURS 6

THÉORIE : VARIATION ET SIGNE DE LA FONCTION SINUS DE BASE

Présentation du fichier : La variation et le signe (Centre des ressources)

THÉORIE : LIEN ENTRE LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE ET LA FONCTION TANGENTE DE BASE À PARTIR DES MULTIPLES DE $\pi/2$

ANIMATION POUR MIEUX COMPRENDRE LE LIEN ENTRE LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE ET LA FONCTION TRIGONOMÉTRIQUE

Allez consulter les animations suivantes pour mieux saisir ce que vous avez fait dans l'activité sur la construction des fonctions. Portez attention aux couleurs du cercle et de la fonction elles sont là pour vous aider à comprendre.

Animation Flash pour mieux comprendre le lien entre le cercle trigonométrique et les différents graphiques des fonctions trigonométriques :

<http://flashexperiments.insh-allah.com/SinCos.html>

<http://www.hutschdorf.de/flash/sinus.htm>

EXERCICES:

- 1) Remplir les cases en gris du tableau des propriétés de la fonction cosinus de base (voir exercices du dernier cours)
- 2) Remplir le tableau du cours précédent, mais cette fois-ci pour la fonction tangente de base.

Il est fortement suggéré de remettre vos deux tableaux à l'enseignant pour fin de vérification.

COURS 7

LA FONCTION SINUS TRANSFORMÉES

ACTIVITÉ : EFFETS DES PARAMÈTRES SUR LA FONCTION SINUS TRANSFORMÉE

Dessine dans Geogebra une fonction sinus transformée répondant à la règle suivante :

$$f(x) = a \sin (b(x-h)) + k$$

Les paramètres a , b , h et k doivent pouvoir être modifiés par des boutons interactifs.

À l'aide de ta construction, réponds aux questions suivantes :

1) Le sommet de la fonction sinus de base appartient à la fonction sinus, il est défini comme le point $(0,0)$. Quel paramètre permet de déplacer horizontalement le sommet ?

2) Quelle valeur devrait prendre le paramètre de la question 1 pour que le sommet se déplace de quatre unités vers la gauche ?

3) Quel paramètre permet de déplacer verticalement le sommet ?

4) Quelle valeur devrait prendre le paramètre de la question 3 pour que le sommet se déplace de trois unités vers le bas ?

5) La fonction sinus de base est croissante lorsqu'on part de son sommet (h, k) . Quels paramètres peuvent rendre la fonction décroissante lorsqu'on part du sommet de la fonction (h,k) ?

6) En lien avec les paramètres identifiés à la question 5), sous quelles conditions, la fonction sinus est-elle croissante à partir de son sommet?

7) En lien avec les paramètres identifiés à la question 5), sous quelles conditions, la fonction sinus est-elle décroissante pour à partir de son sommet?

8) Quel paramètre contrôle l'amplitude de la fonction ?

9) À la question 8, si veux doubler l'amplitude de la fonction de base, quel valeur dois-je donner à ce paramètre ?

10) À la question 8, si veux réduire de moitié l'amplitude de la fonction de base, quel valeur dois-je donner à ce paramètre ?

11) Quel paramètre permet de modifier la période de la fonction sinus ?

VERSION NON-CORRIGÉE

12) À la question 11, quel valeur dois-tu donner à ce paramètre pour doubler la période de la fonction ?

13) À la question 11, quel valeur dois-tu donner à ce paramètre pour réduire de moitié la période de la fonction ?

14) Y a-t-il des restrictions qui doivent être appliquées sur certains paramètres pour s'assurer que la fonction engendrée est toujours une fonction sinus ?

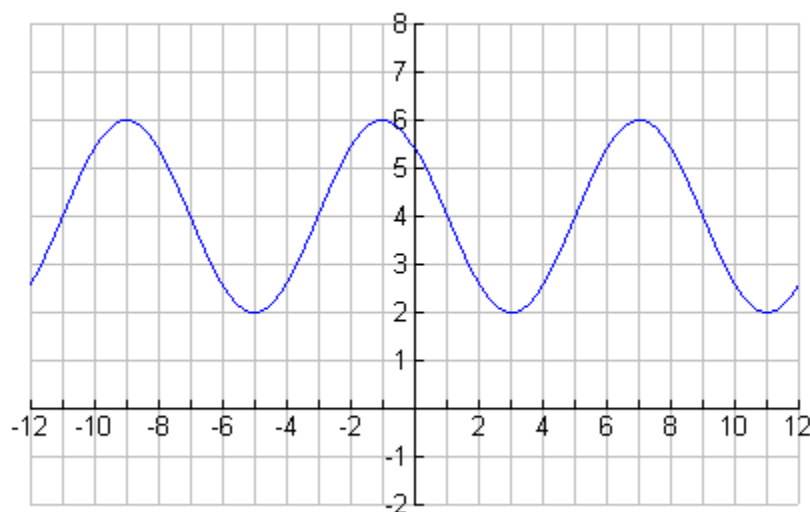
Fais vérifier ton activité par ton enseignant

LIEN ENTRE LES PARAMÈTRES, LE SOMMET, L'AMPLITUDE ET LA PÉRIODE:

1. Comme tu as pu le constater dans l'activité précédente, les paramètres h et k sont responsables de la translation du sommet (h,k) .
2. Le paramètre a influence l'amplitude A de la fonction selon la relation $A = |a|$.
3. Le paramètre b influence la période de la fonction selon la relation $p = \frac{2\pi}{|b|}$

Ces connaissances sont indispensables pour pouvoir établir la règle d'une fonction sinus à partir d'un graphique ou d'un texte.

RECHERCHE DE LA RÈGLE D'UNE FONCTION SINUS À PARTIR D'UN GRAPHIQUE



VERSION NON-CORRIGÉE

Voici les étapes par lesquelles vous devrez passer pour trouver la règle de la fonction sinus transformée ci-dessus :

1) Trouver la valeur absolue du paramètre a grâce à l'amplitude :

$$|a| = A = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} \quad \text{donc pour l'exemple présent : } |a| = \frac{6 - 2}{2} = 2$$

2) Trouver la valeur absolue du paramètre b grâce à la période:

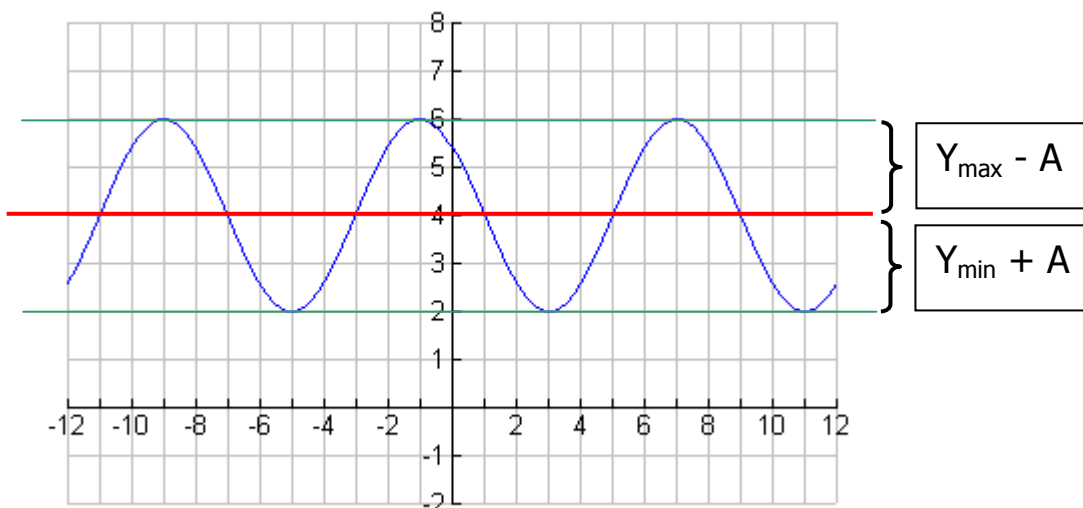
$$|b| = \frac{2\pi}{p}$$

Pour trouver la période il faut identifier un point dans un cycle et regarder quelle distance horizontale sépare ce dernier du point équivalent dans le cycle suivant. Par exemple, on peut regarder quelle distance sépare deux maximums ou deux minimums consécutifs.

donc pour l'exemple présent, nous avons un minimum à -5 et un autre à 3 , il y a donc une distance horizontale de 8 entre ces deux points consécutifs, la période est donc de 8 .

$$|b| = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

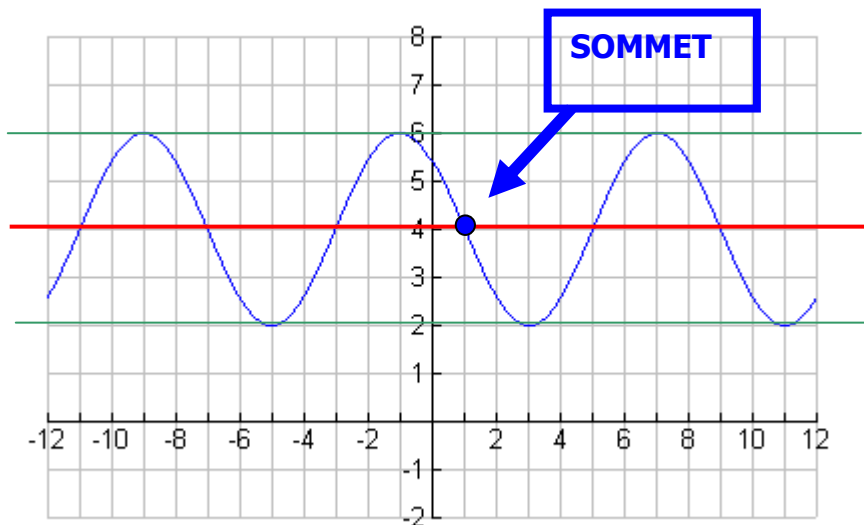
3) Identifier le sommet (h, k) de la fonction. Ce point se situe sur une ligne horizontale, en rouge sur la figure ci-dessous, située entre le minimum et le maximum. Cette ligne horizontale se situe à $y_{\max} - A$ ou $y_{\min} + A$.



VERSION NON-CORRIGÉE

Le sommet est un point qui appartient à la fonction. Par convention, on prend celui qui est le plus près de l'axe des ordonnées (y) à moins qu'une mise en situation vous spécifie un sommet précis.

Dans ce cas-ci, le point situé sur la ligne médiane et qui est le plus près de l'axe des ordonnées est le point (1,4). Donc, h vaut 1 et k vaut 4.



4) Déterminer le signe du paramètre a et le signe du paramètre b grâce au sommet identifié. À partir du sommet, si la fonction est croissante a et b seront de mêmes signes, si la fonction est décroissante a et b seront de signes contraires.

N.B. Il y a toujours deux règles qui engendrent la même fonction sinus, car par exemple un a positif et un b négatif engendre le même tracé qu'un a négatif et un b positif.

Dans notre exemple, à partir du sommet, la fonction est décroissante. Les signes de nos paramètres doivent donc être contraires, ce qui nous ouvre deux possibilités :

Possibilité 1: $a = 2$ et $b = \frac{-\pi}{4}$

Possibilité 2: $a = -2$ et $b = \frac{\pi}{4}$

Ce qui nous donne les règles suivantes :

$$y = -2 \sin\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) + 4 \quad \text{et} \quad y = 2 \sin\left(\frac{-\pi}{4}(x-1)\right) + 4$$

EXERCICES

Manuel Visions 6 P.108 nos : 1, 4 A et B, 5 a) et d), 7 a), c) et e), 12 et 15.

Modifications au corrigé :

P.110 no 5

a) $y = -2\sin(2x) + 1$ ou $y = 2\sin(-2x) + 1$

b) $y = \frac{5}{2}\sin\left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{3}{2}$ ou $y = -\frac{5}{2}\sin\left(-\frac{1}{2}x\right) + \frac{3}{2}$

COURS 8

THÉORIE : DIFFÉRENCE ENTRE CE QU'ON REPRÉSENTE SUR L'AXE DES X ENTRE UNE FONCTION DE BASE ET UNE FONCTION TRANSFORMÉE

THÉORIE : COMMENT DESSINER LE GRAPHIQUE D'UNE FONCTION SINUS

EXERCICES

1) Dessiner les fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3 \sin(\pi(x-1)) + 1$

c) $f(x) = \frac{1}{2} \sin(-2x-4) - 3$

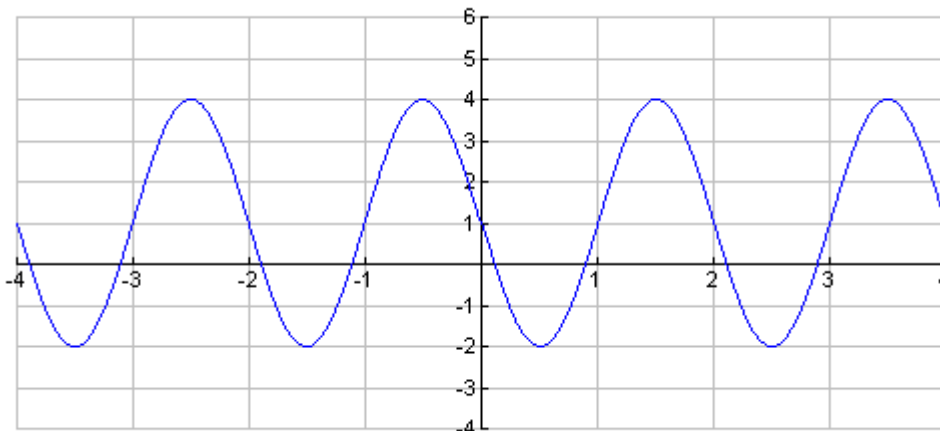
b) $f(x) = -2 \sin(2\pi(x+1)) + 4$

Le corrigé de cet exercice est plus bas sur cette feuille.

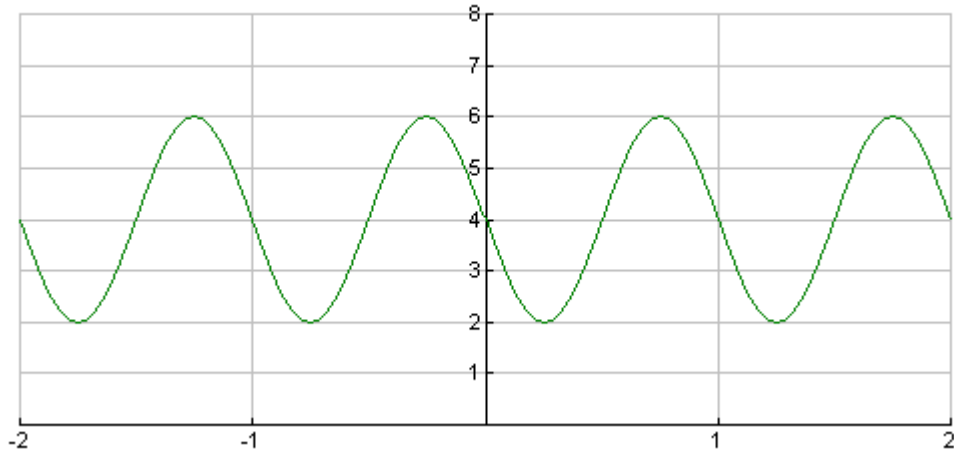
2) Manuel Visions 6 P.108 nos : 3 a) et d)

Corrigé exercices 1) :

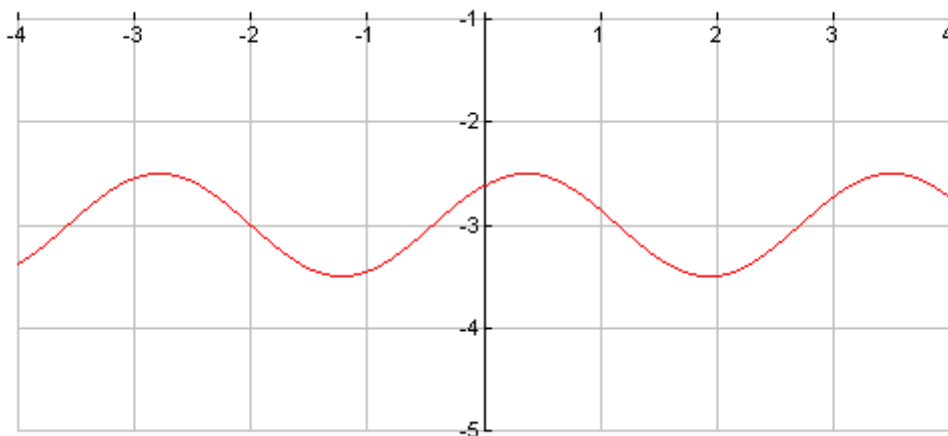
a)



b)



c)



COURS 9

THÉORIE : COMMENT DÉTERMINER LES ZÉROS DE LA FONCTION SINUS

CAS : PRÉSENCE DE 2 ZÉROS ET LIEN AVEC LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

CAS : PRÉSENCE DE 1 ZÉRO ET LIEN AVEC LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE

LECTURE : COMMENT TROUVER LES ZÉROS D'UNE FONCTION SINUS (CENTRE DES RESSOURCES-ENCADRÉ ANDRÉE-ANNE MAILHOT)

EXERCICES :

FICHER SUR LE CENTRE DES RESSOURCES « TROUVER LES ZÉROS DE LA FONCTION SINUS »

COURS 10

THÉORIE :

POINT DE RENCONTRE ENTRE UNE FONCTION TRIGONOMÉTRIQUE ET UNE DROITE CONSTANTE

PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION TRIGONOMÉTRIQUE TRANSFORMÉE : LA VARIATION EN LIEN AVEC LES SIGNES DES PARAMÈTRES « a » ET « b ».

EXERCICES

Manuel Visions 6 P.108 nos : 2 a) et b), 9 a), 14, 16 et 18

COURS 11

LA FONCTION COSINUS TRANSFORMÉE

THÉORIE : DIFFÉRENCE ET SIMILITUDE ENTRE LA FONCTION COSINUS ET LA FONCTION SINUS

Fonction cosinus, une fonction sinus décalée
Point de départ différent (influence la recherche de la règle et la variation)
Recherche des zéros
Symétrie du « b » absente

LECTURE : COMMENT TROUVER LES ZÉROS D'UNE FONCTION COSINUS (CENTRE DES RESSOURCES-ENCADRÉ ANDRÉE-ANNE MAILHOT)

EXERCICES :

FICHER SUR LE CENTRE DES RESSOURCES « TROUVER LES ZÉROS DE LA FONCTION COSINUS »

COURS 12

EXERCICES À PROPOS DE FONCTION COSINUS

Manuel Visions 6 p.108 nos : 1 b) et d), 2 c), 3 c) et f), 4 C et D, 7 b), d) et f), 9 b) et 13

COURS 13

LA FONCTION TANGENTE TRANSFORMÉE

THÉORIE : COMMENT DÉTERMINER LA POSITION DES ASYMPTOTES

THÉORIE : COMMENT DESSINER LE GRAPHIQUE DE LA FONCTION TANGENTE

LECTURE : LE RÔLE DES PARAMÈTRES POUR LA FONCTION TANGENTE

- a :**
- Son rôle sur l'amplitude de la fonction ne paraît plus dans le cas de la fonction tangente, car la fonction tangente ne possède pas une amplitude clairement définie.
 - Son signe provoque toujours une réflexion par rapport à l'axe des « x » qui influencent le graphique de la fonction.
 - Ce paramètre provoque toujours un changement d'échelle verticale qui modifie la courbure de la fonction.
- b :**
- Son signe provoque toujours une réflexion par rapport à l'axe des « y » qui influencent le graphique de la fonction.
 - Il a toujours une influence sur la période, on détermine la période de la fonction tangente à l'aide de la formule suivante : $p = \pi / |b|$. Notez qu'on utilise π plutôt que 2π comme dans les fonctions sinus et cosinus, car il s'agit de la période de base de la fonction tangente.
- h :** Exécute toujours une translation en « x » du point de départ de la fonction. Le point de départ est un point d'inflexion, c'est-à-dire un point où le sens de la courbure est modifié.
- k :** Exécute toujours une translation en « y » du point de départ de la fonction.

EXERCICES

Manuel Visions 6 P.108 nos : 2 d), 3 b) et e), 4 E et F, 5 e) et f), 8, et 9 c)

COURS 14

LECTURE : COMMENT DÉTERMINER LES ZÉROS DE LA FONCTION TANGENTE

Comme pour les deux fonctions précédentes, sinus et cosinus, il faut avoir une idée des différents cas possibles de zéros. La fonction tangente est beaucoup plus simple, un seul cas est possible, il y a toujours un zéro. Voici les étapes pour le déterminer :

- 1) Mettre sa calculatrice en radian
- 2) Égaler la règle à zéro
- 3) Isoler « x » qui est la valeur de votre premier zéro
- 4) Calculer la période « p » de la fonction qui correspond à $\pi / |b|$
- 5) Ajouter à votre zéro « x » l'expression « np où $n \in \mathbb{Z}$ »

Ex. $2 \tan (4 (x - 5)) + 4$

- 1) Mettre sa calculatrice en radian
- 2) Égaler la règle à zéro

$$2 \tan (4 (x - 5)) + 4 = 0$$

- 3) Isoler « x » qui est la valeur de votre premier zéro

$$\begin{aligned} 2 \tan (4 (x - 5)) &= -4 \\ \tan (4 (x - 5)) &= -2 \\ \tan^{-1} \tan (4 (x - 5)) &= \tan^{-1} -2 \\ 4 (x - 5) &= -1,107149 \\ (x - 5) &= -0,276787 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{4,72} \end{aligned}$$

- 4) Calculer la période « p » de la fonction qui correspond à $\pi / |b|$

$$\begin{aligned} p &= \pi / |b| \\ p &= \pi / 4 \end{aligned}$$

- 5) Ajouter à votre zéro « x » l'expression « np »

$$\mathbf{4,72 + \frac{\pi n}{4} \quad \text{où } n \in \mathbb{Z}}$$

EXERCICES

Manuel Visions 6 P.120 nos : 1, à 4, 6, 11 à 14, 16 et 17

COURS 15

LES IDENTITÉS TRIGONOMÉTRIQUES

THÉORIE : OPÉRATIONS SUR LES RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES

Il est possible de faire certaines opérations mathématiques sur les angles impliquées dans des rapports trigonométriques ou sur les rapports trigonométriques eux-mêmes. En voici quelques exemples qu'il est important de reconnaître. Notez bien qu'il s'agisse d'un sinus, d'un cosinus ou d'une tangente, la notation est identique.

$$\text{Ex.1} \quad \sin(30 \cdot 30) = \sin(30^2)$$

$$\text{Ex.2} \quad \sin(30) \cdot \sin(30) = \sin^2(30)$$

THÉORIE : LES IDENTITÉS TRIGONOMÉTRIQUES

Nous avons vu au premier cours de ce chapitre qu'en trigonométrie il existait certaines équivalences entre les rapports trigonométriques. Nous savons, par exemple, que le rapport du sinus d'un angle sur le cosinus du même angle correspond à faire la tangente de cet angle :

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

Ils existent trois équivalences importantes en trigonométrie, car elles permettent de simplifier des expressions complexes ou de prouver la véracité de d'autres équivalences trigonométriques beaucoup plus complexes. Ces équivalences importantes sont nommées « identités trigonométriques » ou « identités pythagoriciennes ». Voici donc ces trois identités :

$$\mathbf{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1}$$

$$\mathbf{1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta}$$

$$\mathbf{1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta}$$

Voici un site qui explique simplement d'où viennent ses trois identités :

<http://www.coolmath.com/lesson-pythagorean-identities-1.htm>

Les exercices sur les identités trigonométriques demandent de se rappeler comment factoriser une différence de carré.

VERSION NON-CORRIGÉE

Voici la démarche de factorisation d'une différence de carré :

$$(\text{carré } 1 - \text{carré } 2) = (\sqrt{\text{carré } 1} - \sqrt{\text{carré } 2})(\sqrt{\text{carré } 1} + \sqrt{\text{carré } 2})$$

Exemple :

$$(x^2 - 16) = (x - 4)(x + 4)$$

Voici d'autres équivalences qui vous seront absolument nécessaires pour résoudre des exercices sur les identités trigonométriques :

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \triangleright \sec^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \triangleright \sec^3 \theta = \frac{1}{\cos^3 \theta} \triangleright \text{etc.}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \triangleright \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \triangleright \operatorname{cosec}^3 \theta = \frac{1}{\sin^3 \theta} \triangleright \text{etc.}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} \triangleright \cot^2 \theta = \frac{1}{\tan^2 \theta} \triangleright \cot^3 \theta = \frac{1}{\tan^3 \theta} \triangleright \text{etc.}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \triangleright \tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \triangleright \text{etc.}$$

$$\frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \triangleright \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \triangleright \text{etc.}$$

EXERCICES

Manuel Visions 6 P.130 nos : 1, 2, 5, 6, 9, 12, 16 et 17

Erreur dans le manuel :

p. 132 d) remplacer cosec x par sec x

p.141 h) $\tan x + \sec x$ doit être remplacé par $(\tan x + \sec x)^2$

COURS 16

PRÉPARATION À L'EXAMEN DE FIN DE CHAPITRE

Manuel Visions 6 P.138 nos : 3 a), b), e) et f)
7, 9, 10 b), d), f)
11 b), d), f) et h)
12 a) à d)
14, 16, 20, 21, 22, 25 et 26

COURS 17

EXAMEN DE CD2 SUR LES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES