

manuel  
de l'élève  
volume

2

Technico-sciences

# VISIONS

MATHÉMATIQUE

3<sup>e</sup> année du 2<sup>e</sup> cycle  
du secondaire

**CORRIGÉ**

***Visions 5 à 8***

LES ÉDITIONS  
**CEC**  
Une compagnie de Québec Media

9001, boul. Louis-H.-La Fontaine, Anjou (Québec) Canada H1J 2C5  
Téléphone : 514-351-6010 • Télécopieur : 514-351-3534

**VERSION  
PROVISOIRE**



## TABLE DES MATIÈRES

### **VISION 5** Les vecteurs

SAÉ 9 : <i>Attention au virage!</i> . . . . .	1
SAÉ 10 : <i>Freinage d'urgence</i> . . . . .	2
Révision 5 . . . . .	4
Section 5.1 : Les caractéristiques d'un vecteur . . . . .	6
Section 5.2 : Les opérations sur les vecteurs . . . . .	12
Section 5.3 : Le produit scalaire . . . . .	18
Chronique du passé . . . . .	22
Le monde du travail . . . . .	23
Vue d'ensemble . . . . .	23
Banque de problèmes . . . . .	28

### **VISION 6** Les fonctions trigonométriques

SAÉ 11 : <i>Changement de pneus</i> . . . . .	31
SAÉ 12 : <i>La plateforme informatisée</i> . . . . .	32
Révision 6 . . . . .	33
Section 6.1 : Le cercle trigonométrique . . . . .	35
Section 6.2 : Les fonctions trigonométriques . . . . .	39
Section 6.3 : La résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques . . .	43
Section 6.4 : Les identités trigonométriques . . . . .	46
Chronique du passé . . . . .	50
Le monde du travail . . . . .	51
Vue d'ensemble . . . . .	51
Banque de problèmes . . . . .	55

### **VISION 7** Les systèmes d'équations et d'inéquations et l'optimisation

SAÉ 13 : <i>Les ascenseurs</i> . . . . .	58
SAÉ 14 : <i>Faire les bons choix</i> . . . . .	00
Révision 7 . . . . .	00
Section 7.1 : Les systèmes d'inéquations et les polygones de contraintes . . . .	00
Section 7.2 : L'objectif visé et les solutions avantageuses . . . . .	00
Section 7.3 : L'optimisation à l'aide de la programmation linéaire . . . . .	00
Section 7.4 : Les systèmes d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels . . . . .	00
Section 7.5 : L'optimisation de figures équivalentes . . . . .	00
Chronique du passé . . . . .	00
Le monde du travail . . . . .	00
Vue d'ensemble . . . . .	00
Banque de problèmes . . . . .	00

SAÉ 15 : À venir .....	00
SAÉ 16 : À venir .....	00
Révision 8 .....	00
Section 8.1 : Les lieux plans .....	00
Section 8.2 : Le cercle et l'ellipse .....	00
Section 8.3 : L'hyperbole et la parabole .....	00
Section 8.4 : Les transformations géométriques dans le plan cartésien .....	00
Section 8.5 : Les matrices de transformation .....	00
Chronique du passé .....	00
Le monde du travail .....	00
Vue d'ensemble .....	00
Banque de problèmes .....	00

Voici un exemple de démarche qui peut permettre aux élèves de produire le rapport :

- Déterminer le nombre de rotations effectuées par la roue standard à deux vitesses différentes.  
 À 90 km/h, 90 000 000 mm sont parcourus, c'est-à-dire que la roue effectue environ 45 472,84 tours.  
 À 110 km/h, 110 000 000 mm sont parcourus, c'est-à-dire que la roue effectue environ 55 577,92 tours.
- Déterminer les vitesses réelles de la camionnette pour les différents modèles de pneus proposés.

### Modèle A

Vitesse indiquée (km/h)	Calcul	Vitesse réelle (km/h)
90	Nombre de tours : $\approx 45\,472,84$ Distance parcourue : $\approx 84\,285\,714,29$ mm en 1 h	$\approx 84,29$
110	Nombre de tours : $\approx 55\,577,92$ Distance parcourue : $\approx 103\,015\,873$ mm en 1 h	$\approx 103,01$

### Modèle B

Vitesse indiquée (km/h)	Calcul	Vitesse réelle (km/h)
90	Nombre de tours : $\approx 45\,472,84$ Distance parcourue : $\approx 87\,142\,857,14$ mm en 1 h	$\approx 87,14$
110	Nombre de tours : $\approx 55\,577,92$ Distance parcourue : $\approx 106\,507\,936,5$ mm en 1 h	$\approx 106,51$

### Modèle C

Vitesse indiquée (km/h)	Calcul	Vitesse réelle (km/h)
90	Nombre de tours : $\approx 45\,472,84$ Distance parcourue : $\approx 94\,285\,714,29$ mm en 1 h	$\approx 94,29$
110	Nombre de tours : $\approx 55\,577,92$ Distance parcourue : $\approx 115\,238\,095$ mm en 1 h	$\approx 115,23$

### Modèle D

Vitesse indiquée (km/h)	Calcul	Vitesse réelle (km/h)
90	Nombre de tours : $\approx 45\,472,84$ Distance parcourue : $\approx 98\,571\,428,57$ mm en 1 h	$\approx 98,57$
110	Nombre de tours : $\approx 55\,577,92$ Distance parcourue : $\approx 120\,476\,190,5$ mm en 1 h	$\approx 120,48$

- Recommander un modèle.

Une personne désirant choisir l'un des modèles de pneus proposés dans le tableau devrait choisir le modèle B, c'est-à-dire celui dont le diamètre est de 610 mm, car c'est celui dont la vitesse réelle est la plus près de celle affichée au compteur. De plus, les modèles C et D font en sorte que la vitesse réelle de la camionnette sera supérieure à celle affichée au compteur, ce qui augmente le risque d'obtenir une contravention.

- Pour le modèle recommandé, établir la règle de la fonction qui permet de calculer la hauteur d'un crampon par rapport au sol en fonction du temps pour chacune des deux vitesses choisies.

Les paramètres a, h et k seront les mêmes pour chacune des règles. Seul le paramètre b changera.

Dans cette situation, le minimum est de 0 et le maximum est de 610. La valeur du paramètre a est donc 305 et celle du paramètre k est 305.

La valeur du paramètre h est 0, car la pointe de la flèche est à 0 rad.

Pour le paramètre b :

- à 90 km/h, la période est environ de 0,08 s. La valeur du paramètre b est donc environ 79,37 ;
- à 110 km/h, la période est environ de 0,06 s. La valeur du paramètre b est donc environ 97.

Les règles qui permettent de déterminer la hauteur d'un crampon par rapport au sol sont, en supposant que le pneu illustré se déplace de gauche à droite :

À 90 km/h	À 110 km/h
$f(x) \approx -305 \cos 79,37x + 305$	$f(x) \approx -305 \cos 97x + 305$

- Déterminer les moments au cours de la première seconde où la distance qui sépare le crampon du sol est supérieure à 500 mm.

- À 90 km/h Résoudre l'inéquation  $-305 \cos 79,37x + 305 > 500$ .

$$\begin{aligned} -305 \cos 79,37x + 305 &= 500 \\ \cos 79,37x &\approx -0,64 \end{aligned}$$

Donc,  $x \approx 0,03$  et  $x \approx 0,05$ .

Le crampon étant initialement au sol sera à une hauteur supérieure à 500 mm aux moments

$$\begin{aligned} &[\approx 0,03, \approx 0,05] \cup [\approx 0,11, \approx 0,13] \cup [\approx 0,19, \approx 0,21] \cup [\approx 0,27, \approx 0,29] \cup [\approx 0,35, \approx 0,37] \cup \\ &[\approx 0,42, \approx 0,45] \cup [\approx 0,5, \approx 0,53] \cup [\approx 0,58, \approx 0,60] \cup [\approx 0,66, \approx 0,68] \cup [\approx 0,74, \approx 0,76] \cup \\ &[\approx 0,82, \approx 0,84] \cup [\approx 0,9, \approx 0,92] \cup [\approx 0,98, 1] \text{ s.} \end{aligned}$$

- À 110 km/h Résoudre l'inéquation  $-305 \cos 97x + 305 > 500$ .

$$\begin{aligned} -305 \cos 97x + 305 &= 500 \\ \cos 97x &\approx 0,64 \end{aligned}$$

Donc,  $x \approx 0,02$  et  $x \approx 0,04$ .

Le crampon étant initialement au sol sera à une hauteur supérieure à 500 mm aux moments

$$\begin{aligned} &[\approx 0,02, \approx 0,04] \cup [\approx 0,09, \approx 0,11] \cup [\approx 0,15, \approx 0,17] \cup [\approx 0,22, \approx 0,24] \cup [\approx 0,28, \approx 0,3] \cup \\ &[\approx 0,35, \approx 0,37] \cup [\approx 0,41, \approx 0,43] \cup [\approx 0,48, \approx 0,49] \cup [\approx 0,54, \approx 0,56] \cup [\approx 0,61, \approx 0,62] \cup \\ &[\approx 0,67, \approx 0,69] \cup [\approx 0,74, \approx 0,75] \cup [\approx 0,80, 0,82] \cup [\approx 0,87, \approx 0,88] \cup [\approx 0,93, \approx 0,95] \text{ s.} \end{aligned}$$

Voici un exemple de démarche qui peut permettre aux élèves de déterminer si la représentante a raison :

- Démontrer que les expressions correspondant à la hauteur de la plateforme et à la longueur de la rampe d'accès sont égales pour chaque modèle.

#### Hauteur de la rampe d'accès

$$\begin{aligned} \frac{\cos x}{2 \sin x} \cdot \frac{1 + \tan x}{1 + \cot x} &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ 0,5 \frac{\cos x + \cos x \tan x}{\sin x + \sin x \cot x} &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ 0,5 \frac{\cos x + \sin x}{\sin x + \cos x} &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ 0,5 \times 1 &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ 0,5 \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ 0,5 \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^2 x} &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} &= \frac{0,5 \sin^2 x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \end{aligned}$$

#### Longueur de la rampe d'accès

$$\begin{aligned} \frac{2 \sin x \cos x \tan x - \cos x \tan x}{1 - \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x} &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \\ \frac{\cos x \tan x (2 \sin x - 1)}{1 - \cos^2 x - \sin x + \sin^2 x} &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \\ \frac{\cos x \tan x (2 \sin x - 1)}{\sin^2 x - \sin x + \sin^2 x} &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \\ \frac{\cos x \tan x (2 \sin x - 1)}{\sin x (2 \sin x - 1)} &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \\ 1 &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \\ \sec^2 x - \tan^2 x &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \\ \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} &= \frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} \end{aligned}$$

Déterminer la hauteur et la longueur de la rampe d'accès en substituant la valeur de  $30^\circ$  ou de  $\frac{\pi}{6}$  rad dans chacune des expressions.

Caractéristique	Modèle A	Modèle B
Hauteur de la rampe d'accès	$\frac{\cos \frac{\pi}{6}}{2 \sin \frac{\pi}{6}} \cdot \frac{1 + \tan \frac{\pi}{6}}{1 + \cot \frac{\pi}{6}} = 0,5 \text{ m}$	$\frac{0,5 \sin^2 \frac{\pi}{6}}{(1 - \cos \frac{\pi}{6})(1 + \cos \frac{\pi}{6})} = 0,5 \text{ m}$
Longueur de la rampe d'accès	$\frac{2 \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} \tan \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{6} \tan \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{6}} = 1 \text{ m}$	$\frac{\sec \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{6}} + \frac{\tan \frac{\pi}{6}}{\cot \frac{\pi}{6}} = 1 \text{ m}$

La représentante a raison, les deux modèles ont les mêmes caractéristiques.

## RÉVISION 6

### Réactivation 1

Page 74

- Les participants doivent parcourir environ 31,21 km à vélo.
  - Les participants doivent parcourir  $\sqrt{30}$  km, soit environ 5,48 km à la course à pied.
- Environ 4,98 km séparent le point de ravitaillement du départ.
  - Environ 2,27 km séparent le point de ravitaillement de l'arrivée.
- Il lui reste environ 39,29 min à vélo.

### Réactivation 2

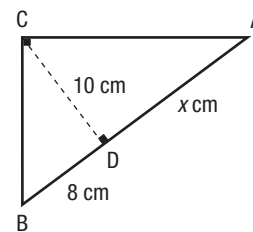
Page 75

- $30^\circ$
  - $60^\circ$
  - $60^\circ$
  - $60^\circ$
- 100 m
  - $100\sqrt{3}$  m
  - 100 m
  - 100 m

### Mise à jour

Page 78

- a) Note : les élèves devraient travailler à partir de la figure suivante :



- $x \approx 9,98$  cm
  - Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- $x \approx 11,15$  cm
  - Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- $x = 4$  cm
  - Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des cathètes.
- $x \approx 1,98$  cm
  - Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- $x = 10$  cm
  - Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de  $30^\circ$  est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
- $x = 4$  cm
  - Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

2. a)  $m \overline{BC} = \sqrt{21}$  cm                      b)  $m \overline{AB} \approx 4,74$  cm et  $m \overline{AC} \approx 1,58$  cm.  
 c)  $m \overline{AB} = 5\sqrt{3}$  cm et  $m \overline{BC} = 5$ .                      d)  $m \overline{AB} = 6\sqrt{3}$  cm et  $m \overline{BC} = 3\sqrt{3}$ .

Mise à jour (suite)

3. Mesures des segments

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>h</i>
a)	$\frac{20}{3}$	5	$\frac{25}{3}$	$\frac{16}{3}$	3	4
b)	$20\sqrt{5}$	$10\sqrt{5}$	50	40	10	20
c)	2,5	1,875	3,125	2	1,125	1,5
d)	18	24	30	10,8	19,2	14,4

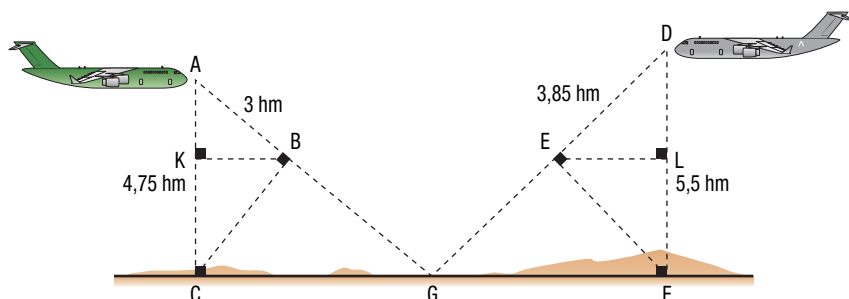
4. Le périmètre est environ de 43,09 cm et l'aire est environ de 76,37 cm<sup>2</sup>.  
 5. a)  $\approx 315,67$  cm<sup>2</sup>    b)  $\approx 74,95$  cm<sup>2</sup>    c)  $\approx 167,14$  cm<sup>2</sup>    d)  $\approx 65,12$  cm<sup>2</sup>

Mise à jour (suite)

6. a)  $x \approx 2,54$  cm                      b)  $x \approx 3$  cm                      c)  $x \approx 6,24$  cm                      d)  $x = 5$  cm  
 $y \approx 6,52$  cm                       $y \approx 2,6$  cm                       $y \approx 6,41$  cm                       $y \approx 6,67$  cm  
 $z \approx 16,78$  cm                       $z \approx 5,2$  cm                       $z \approx 10,25$  cm                       $z \approx 5,33$  cm
- e)  $x \approx 9,75$  cm                      f)  $x \approx 5,2$  cm                      g)  $x = 1$  cm                      h)  $x \approx 5,42$  cm  
 $y \approx 16,31$  cm                       $y \approx 10,39$  cm                       $y \approx 8,49$  cm                       $y \approx 2,08$  cm  
 $z \approx 8,37$  cm                       $z \approx 20,78$  cm                       $z \approx 2,83$  cm                       $z = 5$  cm
- i)  $x \approx 8,66$  cm                      j)  $x = 4$  cm  
 $y \approx 12,25$  cm                       $y = 16$  cm  
 $z \approx 7,07$  cm                       $z = 8\sqrt{5}$  cm

Mise à jour (suite)

7. La mesure de la grande diagonale est environ de 1,13 m et la mesure de la petite diagonale est environ de 0,94 m.  
 8. Identifier les points K et L afin de déterminer l'altitude de chaque avion.



$$\frac{m \overline{AK}}{3 \text{ hm}} = \frac{3 \text{ hm}}{4,75 \text{ hm}} \qquad \frac{m \overline{DL}}{3,85 \text{ hm}} = \frac{3,85 \text{ hm}}{5,5 \text{ hm}}$$

$$m \overline{AK} \approx 1,89 \text{ hm} \qquad m \overline{DL} = 2,695 \text{ hm}$$

Donc,  $m \overline{CK} \approx 2,86$  hm.                      Donc,  $m \overline{FL} = 2,805$  hm.

Lorsque les avions volent parallèlement au sol, la distance verticale entre ceux-ci est environ de 0,0503 hm, soit environ 5,03 m. Cette manœuvre de ravitaillement n'est donc pas sécuritaire.



d. 1)  $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2)  $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

3)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

e. 1) Il s'agit d'un triangle rectangle qui a un angle de  $30^\circ$ .

2)  $\frac{\pi}{6}$  rad

f. 1) Dans un triangle rectangle ayant un angle de  $30^\circ$ , la mesure du côté opposé à l'angle de  $30^\circ$  est égale à la moitié de la mesure de l'hypoténuse.

2)  $x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$ , où  $x$  représente la mesure de  $\overline{OB}$ .

$$x^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$$

Puisque le point  $P_9$  est situé dans le premier quadrant,

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

g. 1)  $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

2)  $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

3)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

### Activité 2 (suite)

Page 86

h. 1) Il s'agit d'un triangle rectangle qui a un angle de  $30^\circ$ .

2)  $\frac{\pi}{3}$  rad

i. 1) Dans un triangle rectangle avec un angle de  $30^\circ$ , la mesure du côté opposé à l'angle de  $30^\circ$  est égale à la moitié de la mesure de l'hypoténuse.

2)  $y^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$ , où  $y$  représente la mesure de  $\overline{BP}_{13}$ .

$$y^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$y^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$y^2 = \frac{3}{4}$$

$$y = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

j. 1)  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2)  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

3)  $\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

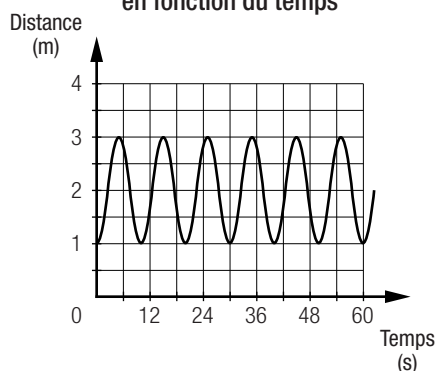
k. 1)  $\cos \theta$

2)  $\sin \theta$

### Activité 3

Page 87

a. Distance qui sépare l'extrémité de l'agitateur du sol en fonction du temps



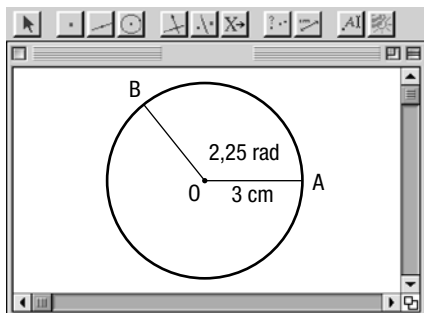
b. Domaine :  $[0, 60]$  s; codomaine :  $[1, 3]$  m.

- c. L'agitateur est à sa position initiale à 10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s, 60 s, 70 s, 80 s, 90 s, 100 s, 110 s, 120 s, 130 s, 140 s, 150 s, 160 s, 170 s, 180 s, 190 s, 200 s, 210 s, 220 s, 230 s et 240 s.

### Technomath

Page 88

- a. 1)  $m \angle AOB = 1 \text{ rad}$  à l'écran 1 et  $m \angle AOB = 1 \text{ rad}$  à l'écran 2.  
 2)  $m \angle AOB \approx 57,3^\circ$  à l'écran 1 et  $m \angle AOB \approx 57,3^\circ$  à l'écran 2.
- b. Cette mesure est de 1 rad.
- c. 1)  $m \angle AOB \approx 68,75^\circ$  à l'écran 3 et  $m \angle AOB \approx 166,16^\circ$  à l'écran 4.  
 2) L'arc AB a une longueur de 3,192 cm à l'écran 3 et une longueur de 5,568 cm à l'écran 4.
- d. 1) 2) L'arc intercepté a une longueur de 6,75 cm.



### Mise au point 6.1

Page 92

1. a)  $\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$     b)  $\frac{\pi}{12} \text{ rad}$     c)  $\frac{13\pi}{18} \text{ rad}$     d)  $\frac{\pi}{18} \text{ rad}$   
 e)  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$     f)  $\frac{2\pi}{9} \text{ rad}$     g)  $\frac{\pi}{9} \text{ rad}$     h)  $\frac{-13\pi}{18} \text{ rad}$
2. a)  $150^\circ$     b)  $300^\circ$     c)  $126^\circ$     d)  $\frac{360^\circ}{\pi}$   
 e)  $\frac{990^\circ}{\pi}$     f)  $\frac{-360^\circ}{7}$     g)  $\frac{-540^\circ}{\pi}$     h)  $\frac{90^\circ}{\pi}$
3. a) 3 u    b)  $\frac{\pi}{4} \text{ u}$     c)  $2\pi \text{ u}$     d)  $0,5\pi \text{ u}$     e)  $\frac{\pi^2}{18} \text{ u}$     f) 4,5 u
4. a) Dans le 2<sup>e</sup> quadrant.    b) Dans le 1<sup>er</sup> quadrant.    c) Dans le 4<sup>e</sup> quadrant.  
 d) Dans le 3<sup>e</sup> quadrant.    e) Dans le 2<sup>e</sup> quadrant.    f) Dans le 1<sup>er</sup> quadrant.  
 g) Dans le 4<sup>e</sup> quadrant.    h) Dans le 2<sup>e</sup> quadrant.
5. a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     c)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$     d) 1    e) 0    f)  $\sqrt{3}$
6. a)  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$     b)  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$     c)  $(\approx -0,99, \approx 0,14)$   
 d) (-1, 0)    e)  $(\approx -0,15, \approx -0,99)$     f) (0, 1)

### Mise au point 6.1 (suite)

Page 93

7. **A 5, B 1, C 2, D 6, E 4, F 3**

### Mise au point 6.1 (suite)

Page 94

8. a) Oui.  $\pi \text{ rad}$     b) Oui.  $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$     c) Non.  
 d) Non.    e) Oui.  $\approx 0,64 \text{ rad}$     f) Oui.  $\approx 4,07 \text{ rad}$  ou  $\approx 2,21 \text{ rad}$ .
9. a)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$     b) 0    c)  $\pm 0,5$     d)  $\pm \frac{\sqrt{35}}{6}$     e)  $\pm \frac{\sqrt{21}}{5}$     f)  $\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

10. a)  $\frac{2\pi}{3}$  rad      b)  $\frac{3\pi}{4}$  rad      c)  $\approx 1,45$  rad      d) 2,06 rad
11. a)  $(a, -b)$       b)  $(-a, -b)$       c)  $(a, -b)$       d)  $(-a, -b)$       e)  $(-a, -b)$       f)  $(a, -b)$
12. a) 1) Maximum : 1      2) Minimum : -1      3) Période :  $2\pi$   
 b) 1) Maximum : 1      2) Minimum : -1      3) Période :  $2\pi$

Mise au point 6.1 (suite)

Page 95

13.

	$L$	$r$	$\theta$
a)	$\frac{3\pi}{5}$	3	$\frac{\pi}{5}$
b)	5	$\frac{10}{3}$	1,5
c)	10	5	2
d)	20	8	2,5
e)	4,9	$\frac{49}{40}$	4
f)	21	2	10,5

14. La mesure de l'angle au centre total engendré par la rotation de la roue est environ de 587,74 rad.  
 Le périmètre de ce terrain est donc de 587,74 m.
15. Le rayon minimal d'un tore est de 245,25 m.

Mise au point 6.1 (suite)

Page 96

16. a) Une éprouvette située sur le pourtour de la centrifugeuse parcourt une distance d'environ 1 570 796,33 cm.  
 b) 1) La vitesse de rotation est de  $5000\pi$  rad/min.  
 2) La vitesse de rotation est de  $5000\pi$  rad/min.  
 3) La vitesse de rotation est de  $5000\pi$  rad/min.  
 c) La vitesse de rotation d'une éprouvette située à  $x$  cm du centre de cette centrifugeuse est directement proportionnelle à la mesure du rayon.
17. a) 1) L'angle de rotation engendré est de  $48\pi$  rad.  
 2) L'angle de rotation engendré est de  $56\pi$  rad.  
 b) 1) La vitesse de la personne B est environ de 0,29 rad/s.  
 2) La vitesse de la personne B est environ de 2,33 m/s..
18. a) L'angle  $0,2\pi$  rad correspond à un angle de  $36^\circ$ . Par la loi des cosinus, la mesure de la façade de cet immeuble est environ de 12,98 m.  
 b) L'angle de rotation que doit effectuer l'instrument est de 0,19 rad.

Mise au point 6.1 (suite)

Page 97

19. a) Le rayon moyen de l'orbite de la SSI est de 6718 km.  
 b) 1) La SSI se déplace à environ 0,0012 rad/s.  
 2) La SSI se déplace à environ 7730,85 m/s.  
 3) La SSI se déplace à environ 27 831,06 km/h.
20.  $m \overline{AB} \approx 639,16$  km  
 $m \overline{EB} \approx 639,16$  km  
 $m \overline{BC} \approx 218,13$  km  
 $m \overline{BD} \approx 218,13$  km  
 $m \overline{CD} \approx 543,06$  km  
 La sonde spatiale a donc parcouru environ 2257,64 km.

21. La vitesse de rotation du tambour B est de 4,8 rad/s.

SECTION 6.2

## Les fonctions trigonométriques

### Problème

Page 98

La température sera à la baisse de 16 h 15 à 16 h 18 min 20 s et de 16 h 21 min 40 s à 16 h 25, et elle sera à la hausse de 16 h 18 min 20 s à 16 h 21 min 40 s et de 16 h 25 à 16 h 30.

### Activité 1

Page 99

- a. 1)  $2\pi$  rad      2)  $\pi$  rad      3)  $\frac{\pi}{2}$  rad      4)  $\frac{\pi}{4}$  rad
- b. 1)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$       2)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$       3) (0, 1)      4)  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
5) (-1, 0)      6)  $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$       7) (0, -1)      8) (1, 0)
- c. 1)  $f(\theta) = \sin \theta$       2)  $f(\theta) = \cos \theta$
- d. Une translation horizontale de  $\frac{\pi}{2}$  dans un sens ou dans l'autre, selon la courbe qui est considérée comme la courbe initiale.

### Activité 2

Page 100

- a. 1) La concentration maximale de monoxyde de carbone est de 18 ppm.  
2) La concentration minimale de monoxyde de carbone est de 12 ppm.  
3) La concentration moyenne de monoxyde de carbone est de 15 ppm.
- b. La concentration de monoxyde de carbone passe de 12 ppm à 18 ppm en 10 jours.
- c. La concentration de monoxyde de carbone est à la baisse entre les 5<sup>e</sup> et 15<sup>e</sup> jours, entre les 25<sup>e</sup> et 35<sup>e</sup> jours et entre les 45<sup>e</sup> et 50<sup>e</sup> jours.

### Activité 2 (suite)

Page 101

- d. 1) 3      2)  $0,1\pi$       3) 5      4) 15
- e. 1) La valeur de l'expression et celle du paramètre a sont les mêmes, soit 3.  
2) La valeur de l'expression et celle du paramètre b sont les mêmes, soit  $0,1\pi$ .  
3) Les coordonnées du point (h, k + a) appartiennent à la courbe.
- f. Dans un cas, on utilise un cosinus, tandis que dans l'autre, on utilise un sinus. Les paramètres sont identiques, à l'exception du paramètre h.
- g. Les valeurs des paramètres a, b et k sont identiques pour les deux fonctions, et la valeur du paramètre h est différente : elle est de 5 pour la fonction f, alors qu'elle est de 0 pour la fonction g.

### Activité 3

Page 102

- a. 1) Les zéros de la fonction sinus coïncident avec des sommets de la fonction cosinus.  
2) Les zéros de la fonction sinus coïncident avec ceux de la fonction tangente.
- b. 1) Aux zéros.      2) Aux sommets.
- c. 1) La fonction tangente n'est pas définie pour les valeurs de x qui correspondent à des zéros de la fonction cosinus.  
2) La période de la fonction tangente est la moitié de celle de la fonction cosinus.

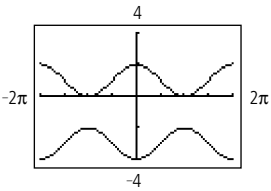
d. Plusieurs réponses possibles. Exemple :

$x$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$\tan x$	0	1	n. d.	-1	0
$\frac{\sin x}{\cos x}$	0	1	n. d.	-1	0

e. Les zéros de la fonction sinus.

## Technomath

Page 103

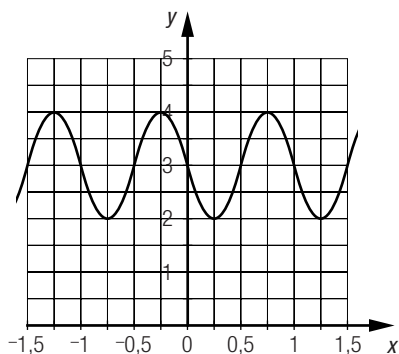
- a. 1) Le paramètre  $h$ .                      2) Le paramètre  $k$ .
- b. 1) L'une des courbes a subi une translation horizontale par rapport à l'autre.  
2) L'une des courbes a subi une translation verticale par rapport à l'autre.
- c. 1) Le paramètre  $h$  de l'équation associée à  $\Psi_1$  à l'écran 5 vaut  $2\pi$  de plus que le paramètre  $h$  de l'équation associée à  $\Psi_1$  à l'écran 6.  
2) Les deux courbes sont identiques.  
3)  $(h, k) = (0,5\pi, 1)$  à l'écran 6 et  $(h, k) = (2,5\pi, 1)$  à l'écran 5. Les deux points ont la même ordonnée, mais leur abscisse diffère par  $2\pi$ .
- d. 1)  2) Par rapport à la courbe associée à  $\Psi_1$ , la courbe associée à  $\Psi_2$  est traduite de  $\pi$  unités vers la gauche et de 4 unités vers le bas.  
3) Plusieurs réponses possibles. Exemple :  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3$ .

## Mise au point 6.2

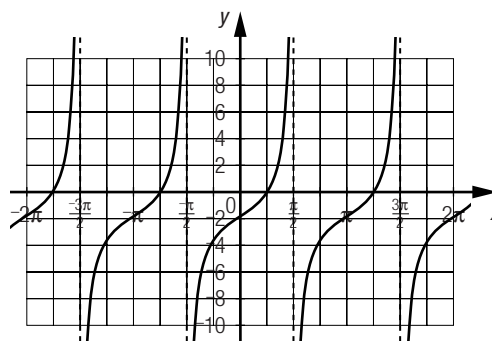
Page 108

- 1.
- |    | Règle  | Amplitude | Période          | Maximum | Minimum |
|----|--|-----------|------------------|---------|---------|
| a) | $f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 4$      | 2         | $2\pi$           | 6       | 2       |
| b) | $f(x) = 5 \cos \pi(x + 1) - 2$                         | 5         | 2                | 3       | -7      |
| c) | $f(x) = -1,5 \sin 3\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 4$ | 1,5       | $\frac{2\pi}{3}$ | 5,5     | 2,5     |
| d) | $f(x) = -4 \cos \frac{\pi}{5}(x + 2) + 2,5$            | 4         | 10               | 6,5     | -1,5    |
2. a) 1) Domaine :  $\mathbb{R}$ ; codomaine :  $[-6, 0]$ .                      2) Minimum : -6; maximum : 0.  
3) Croissante sur  $\left[0 + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right]$ ; décroissante sur  $\left[\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi + \pi n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .                      4)  $\pi$
- b) 1) Domaine :  $\mathbb{R}$ ; codomaine :  $[0, 8]$ .                      2) Minimum : 0; maximum : 8.  
3) Croissante sur  $[0,5 + 2n, 1,5 + 2n]$ ; décroissante sur  $[1,5 + 2n, 2,5 + 2n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .                      4) 2
- c) 1) Domaine :  $\mathbb{R}$ ; codomaine :  $[-8, -4]$ .                      2) Minimum : -8; maximum : -4.  
3) Croissante sur  $\left[\frac{\pi}{4} + \frac{4\pi}{3}n, \frac{11\pi}{12} + \frac{4\pi}{3}n\right]$ ; décroissante sur  $\left[\frac{11\pi}{12} + \frac{4\pi}{3}n, \frac{19\pi}{12} + \frac{4\pi}{3}n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .                      4)  $\frac{4\pi}{3}$
- d) 1) Domaine :  $\mathbb{R}/\{-1 + 6n\}$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; codomaine :  $\mathbb{R}$ .                      2) Aucun extremum.  
3) Croissante sur son domaine.                      4) 6
- e) 1) Domaine :  $\mathbb{R}$ ; codomaine :  $[-1, 7]$ .                      2) Minimum : -1; maximum : 7.  
3) Croissante sur  $[1 + 4n, 3 + 4n]$ ; décroissante sur  $[-1 + 4n, 1 + 4n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .                      4) 4
- f) 1) Domaine :  $\mathbb{R}/\{-1 + 2n\}$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; codomaine :  $\mathbb{R}$ .                      2) Aucun extremum.  
3) Croissante sur son domaine.                      4) 2

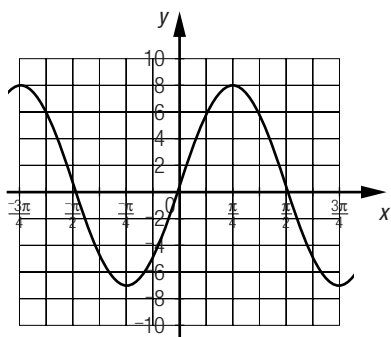
3. a)



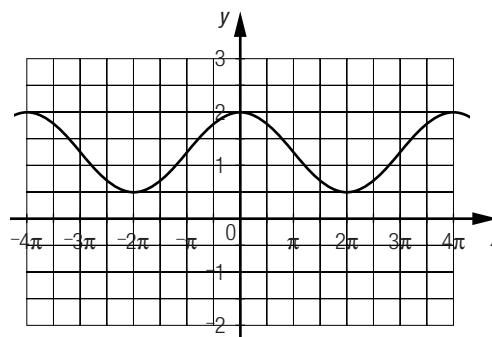
b)



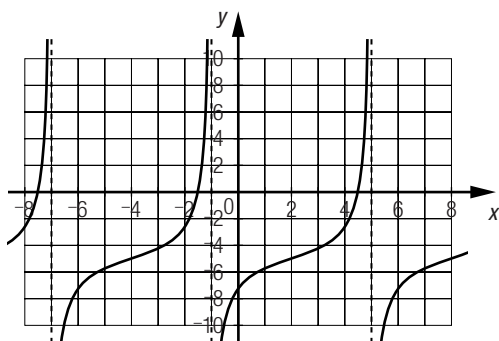
c)



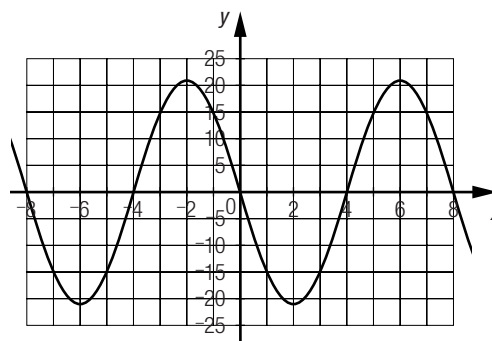
d)



e)



f)



Mise au point 6.2 (suite)

Page 109

4. **A 3, B 4, C 1, D 6, E 2, F 5**

Mise au point 6.2 (suite)

Page 110

5. Plusieurs réponses possibles. Exemple :

a)  $y = 2 \sin(2(x - 0,5\pi)) + 1$

b)  $y = 3 \sin(\pi(x + 2,5)) - 1$

c)  $y = -3 \sin(0,5\pi(x + 1)) + 5$

d)  $y = -2,5 \sin(0,5(x + 2\pi)) + 1,5$

e)  $y = \tan(0,5(x + \pi)) + 2$

f)  $y \approx -0,97 \tan(0,2\pi(x - 1)) - 3$

6. a) 1)  $\pi$

2)  $\pi$

3)  $\pi$

b) 1) 10 et 0.

2) 7 et 13.

3) -3 et -7.

c) Plusieurs réponses possibles. Exemple :  $i(x) = -2 \sin(2(x - 3)) - 8$

Mise au point 6.2 (suite)

Page 111

7. a) 1)  $2\pi$

2) 0

b) 1) 1

2) 2,5

c) 1)  $\pi$

2) 4

d) 1)  $\pi$

2) 4,5

e) 1) 5

2)  $\approx -2,59$

f) 1) 2

2) 4

8. a) 1)  $x = -1$  et  $x = 5$ . 2)  $(2, 3)$  et  $(-4, 3)$ .  
 b) 1)  $x = -5, x = -3, x = -1, x = 1, x = 3$  et  $x = 5$ . 2)  $(-6, -3), (-4, -3), (-2, -3), (0, -3), (2, -3), (4, -3)$  et  $(6, -3)$ .  
 c) 1)  $x = \frac{-3\pi}{2}, x = \frac{-\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$  et  $x = \frac{3\pi}{2}$ . 2)  $(-2\pi, 2), (-\pi, 2), (0, 2), (\pi, 2)$  et  $(2\pi, 2)$ .  
 d) 1)  $x = \frac{-7\pi}{4}, x = \frac{-5\pi}{4}, x = \frac{-3\pi}{4}, x = \frac{-\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$  et  $x = \frac{7\pi}{4}$ .  
 2)  $(-2\pi, -1), (\frac{-3\pi}{2}, -1), (-\pi, -1), (\frac{-\pi}{2}, -1), (0, -1), (\frac{\pi}{2}, -1), (\pi, -1), (\frac{3\pi}{2}, -1)$  et  $(2\pi, -1)$ .
9. a) Croissante sur  $[4\pi, \frac{17\pi}{4}] \cup [\frac{19\pi}{4}, \frac{21\pi}{4}] \cup [\frac{23\pi}{4}, \frac{25\pi}{4}] \cup [\frac{27\pi}{4}, \frac{29\pi}{4}] \cup [\frac{31\pi}{4}, 8\pi]$ ;  
 décroissante sur  $[\frac{17\pi}{4}, \frac{19\pi}{4}] \cup [\frac{21\pi}{4}, \frac{23\pi}{4}] \cup [\frac{25\pi}{4}, \frac{27\pi}{4}] \cup [\frac{29\pi}{4}, \frac{31\pi}{4}]$ .  
 b) Croissante sur  $[-6, -4] \cup [-2, 0] \cup [2, 4] \cup [6, 8]$ ; décroissante sur  $[-2\pi, -6] \cup [-4, -2] \cup [0, 2] \cup [4, 6] \cup [8, 3\pi]$ .  
 c) Croissante sur  $[0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}] \cup [\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}] \cup [\frac{7\pi}{4}, 2\pi]$ .
10. Les réponses sont données pour des mesures d'angles variant de 0 à  $2\pi$ .  
 a) 0 et  $\pi$ . b)  $\frac{3\pi}{4}$  et  $\frac{7\pi}{4}$ . c)  $\frac{\pi}{6}$  et  $\frac{5\pi}{6}$ . d)  $\pi$  e) 0 et  $\pi$ .  
 f)  $\frac{\pi}{4}$  et  $\frac{3\pi}{4}$ . g)  $\frac{5\pi}{6}$  et  $\frac{11\pi}{6}$ . h)  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{3\pi}{2}$ . i)  $\frac{5\pi}{6}$  et  $\frac{7\pi}{6}$ .
11. **A 1, B 2, C 3**

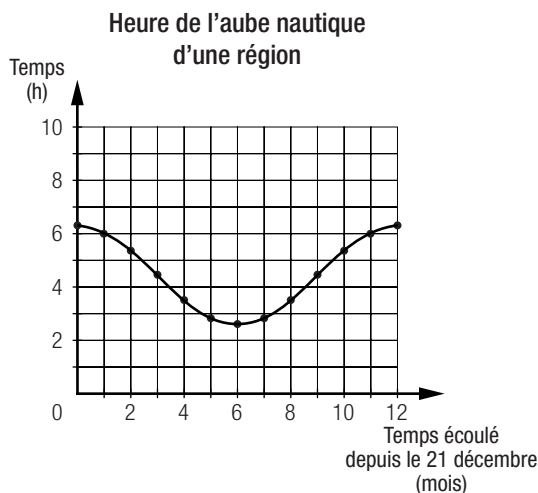
### Mise au point 6.2 (suite)

Page 112

12.  $T(x) = 120 \sin 120\pi x$

13. On entend la cloche sonner 12 fois par minute.

14. a)



b)  $f(x) = -1,85 \sin \frac{\pi}{6}(x - 3) + 4,5$  où  $f(x)$  représente l'heure de l'aube nautique (en h) et  $x$ , le temps écoulé depuis le 21 décembre (en mois).

### Mise au point 6.2 (suite)

Page 113

15. Plusieurs réponses possibles. Exemple :

$$f(x) = 45 \sin \frac{2\pi}{11} \left( x - \frac{11}{4} \right) + 45, \text{ où } x \text{ représente le temps (en années) et } f(x), \text{ le nombre de taches solaires observées.}$$

16. a) Plusieurs réponses possibles. Exemple :

$$y = 24 \sin \left( \frac{\pi}{12}(x - 8) \right) + 24, \text{ où } x \text{ représente le temps (en h) et } y, \text{ la température (en } ^\circ\text{C}).$$

b) La température maximale est de  $48^\circ$  et la température minimale est de  $0^\circ$ .

c) La température minimale est atteinte à 2 h.

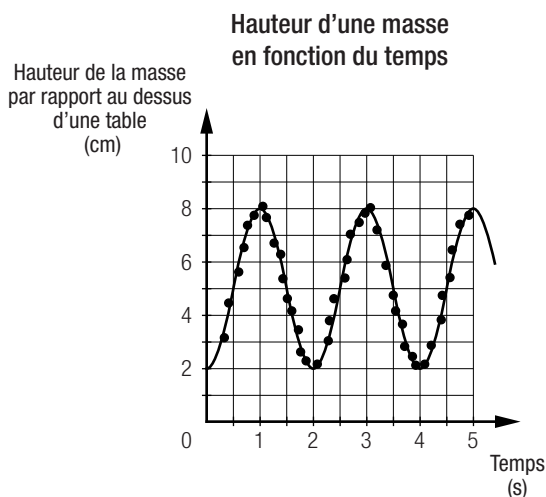
d) 1) La température est de  $3,22^\circ$ . 2) La température est de  $44,78^\circ$ .

3) La température est de  $40,97^\circ$ . 4) La température est de  $17,79^\circ$ .

17. La variation quotidienne de l'angle d'oscillation d'un pendule de Foucault situé dans la ville de Québec est environ de  $-4,58$  rad.

18. Plusieurs réponses possibles. Exemple :

a)



b)  $y = 3 \sin(\pi(x - 2,5)) + 5$ , où  $y$  représente la hauteur de la masse par rapport au dessus d'une table (en cm) et  $x$ , le temps (en s).

c) La hauteur de la masse au repos est de 5 cm.

d) La hauteur de la masse au début de l'expérience est de 2 cm.

e) 1) La masse se trouve à une hauteur de 2 cm.

2) La masse se trouve à une hauteur de 8 cm.

3) La masse se trouve à une hauteur de 5 cm.

SECTION 6.3

La résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques

Problème

On a arrêté le procédé d'enrichissement à la fin des jours 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55 et 58.

Activité 1

a. 1) La hauteur maximale de la matrice est de 3,5 mm.  
2) La hauteur minimale de la matrice est de  $-0,5$  mm.

b. La hauteur de la matrice est de 0,5 mm à 0 s, 4 s, 12 s et 16 s.

c. La résolution de cette équation permet de déterminer à quels moments la matrice est à une hauteur de 2,5 mm.

d.  $\frac{\pi}{6}$  rad et  $\frac{5\pi}{6}$ .

e. 1) Pour passer :

- de l'étape ① à l'étape ②, on soustrait 1,5 des deux côtés de l'égalité et on divise ensuite par 2;
- de l'étape ② à l'étape ③, on applique arc sin aux deux côtés de l'égalité pour enlever le sinus à gauche;
- de l'étape ③ à l'étape ④, on détermine les valeurs de  $\theta$  pour lesquelles  $\sin \theta = 0,5$ , soit  $\frac{\pi}{6}$  et  $\frac{5\pi}{6}$ ;
- de l'étape ④ à l'étape ⑤, on multiplie par 6 et on divise par  $\pi$  des deux côtés de l'égalité;
- de l'étape ⑤ à l'étape ⑥, on additionne 5 des deux côtés de l'égalité.

2) Les valeurs trouvées représentent les moments dans une période où la matrice atteint 2,5 mm.

f. 1) 12 centièmes de seconde.

2) Ces expressions permettent de déterminer les moments de la période suivante où la matrice sera située à une hauteur de 2,5 mm.

g. 1)  $2 \sin \frac{\pi}{6}(x - 5) + 1,5 > 2,5$

2) Les valeurs comprises dans les intervalles  $[6, 10[$  centièmes de seconde et  $]18, 20[$  centièmes de seconde.

## Mise au point 6.3

1. a)  $\left\{-\frac{11\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right\}$   
 b) Aucune solution.  
 c)  $\left\{-\frac{45}{8}, -\frac{25}{8}, -\frac{5}{8}, \frac{15}{8}, \frac{35}{8}\right\}$   
 d)  $\left\{-2\pi, -\frac{7\pi}{6}, -\pi, -\frac{\pi}{6}, 0, \frac{5\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, 2\pi\right\}$   
 e)  $\left\{\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{11}{8}, \frac{13}{8}, \frac{19}{8}, \frac{21}{8}, \frac{27}{8}, \frac{29}{8}, \frac{35}{8}, \frac{37}{8}, \frac{43}{8}, \frac{45}{8}\right\}$   
 f)  $\left\{\frac{1}{6}, \frac{7}{6}, \frac{13}{6}, \frac{19}{6}, \frac{25}{6}, \frac{31}{6}, \frac{35}{6}\right\}$
2. a)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi}{2} - 1 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 b)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pi + 2\pi n \vee \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 c)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5}{9} + \frac{4}{3}n \vee \frac{7}{9} + \frac{4}{3}n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 d)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = 8\pi n \vee 6\pi + 8\pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 e)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = -\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 f)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 g)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{6} + 2n \vee \frac{11}{6} + 2n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 h)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{28}{9} + \frac{4}{3}n, n \in \mathbb{Z}\right\}$
3. a)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2 + 12n \vee x = 8 + 12n, n \in \mathbb{Z}\}$   
 b) Aucune solution.  
 c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2,5 + 2n, n \in \mathbb{Z}\}$   
 d)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{13}{3} + 2n \vee \frac{17}{3} + 2n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 e)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{7\pi}{12} + \pi n \vee \frac{11\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 f)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{-2}{3} + 4n \vee \frac{8}{3} + 4n, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 g)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \approx -0,68 + \pi n, n \in \mathbb{Z}\}$   
 h)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi}{4} + 5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$
4. a) Positif sur  $\left[-\frac{35}{6}, -\frac{31}{6}\right] \cup \left[-\frac{23}{6}, -\frac{19}{6}\right] \cup \left[-\frac{11}{6}, -\frac{7}{6}\right] \cup \left[\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right] \cup \left[\frac{13}{6}, \frac{17}{6}\right] \cup \left[\frac{25}{6}, \frac{29}{6}\right] \cup \left[\frac{37}{6}, 2\pi\right]$ ;  
 négatif sur  $\left[-2\pi, -\frac{35}{6}\right] \cup \left[-\frac{31}{6}, -\frac{23}{6}\right] \cup \left[-\frac{19}{6}, -\frac{11}{6}\right] \cup \left[-\frac{7}{6}, \frac{1}{6}\right] \cup \left[\frac{5}{6}, \frac{13}{6}\right] \cup \left[\frac{17}{6}, \frac{25}{6}\right] \cup \left[\frac{29}{6}, \frac{37}{6}\right]$ .  
 b) Positif sur  $[-2\pi, 2\pi]$ .  
 c) Positif ou nul sur  $\{-2,5, -0,5, 1,5\}$ ; négatif sur  $[-4, 2]$ .  
 d) Positif sur  $\left[-\pi, -\frac{8}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right] \cup \left[\frac{14}{3}, \frac{16}{3}\right] \cup \left[\frac{26}{3}, \frac{28}{3}\right]$ ; négatif sur  $\left[-\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{4}{3}, \frac{14}{3}\right] \cup \left[\frac{16}{3}, \frac{26}{3}\right] \cup \left[\frac{28}{3}, 3\pi\right]$ .  
 e) Positif sur  $\left[\frac{-5\pi}{2}, \frac{-9\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{-5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{4}\right]$ ;  
 négatif sur  $\left[-3\pi, -\frac{5\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{-9\pi}{4}, \frac{-3\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{-5\pi}{4}, \frac{-\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{9\pi}{4}, 3\pi\right]$ .  
 f) Positif sur  $[-\pi, -3] \cup \left[\frac{-13}{6}, -2\right] \cup \left[\frac{-7}{6}, -1\right] \cup \left[\frac{-1}{6}, 0\right] \cup \left[\frac{5}{6}, 1\right] \cup \left[\frac{11}{6}, 2\right] \cup \left[\frac{17}{6}, 3\right]$ ;  
 négatif sur  $]-3, \frac{-13}{6}] \cup ]-2, \frac{-7}{6}] \cup ]-1, \frac{-1}{6}] \cup ]0, \frac{5}{6}] \cup ]1, \frac{11}{6}] \cup ]2, \frac{17}{6}] \cup ]3, \pi]$ .

## Mise au point 6.3 (suite)

5. a)  $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n$  ou  $x = \frac{\pi}{6} + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 b)  $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n$  ou  $x = \frac{\pi}{6} + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 c) Aucune solution.  
 d)  $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n$  ou  $x = \frac{\pi}{6} + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 e)  $x = 0 + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 f) Aucune solution.  
 g) Aucune solution.  
 h)  $x \approx 1,56 + \pi n$  ou  $x \approx 1,58 + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .
6. a) Positif sur  $\left[\frac{-\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}\right]$ ; négatif sur  $\left]\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, \frac{11\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 b) Positif sur  $\left]\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{7\pi}{6} + \pi n\right]$ ; négatif sur  $\left[\frac{7\pi}{6} + \pi n, \frac{3\pi}{2} + \pi n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 c) Positif sur  $[2 + 6n, 5 + 6n[$ ; négatif sur  $]-1 + 6n, 2 + 6n[$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .
7. a)  $\left[-\pi, -\frac{17\pi}{24}\right] \cup \left[-\frac{13\pi}{24}, -\frac{5\pi}{24}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{24}, \frac{7\pi}{24}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{24}, \frac{19\pi}{24}\right] \cup \left[\frac{23\pi}{24}, \pi\right]$   
 b)  $\left[\frac{-27\pi}{16}, \frac{-19\pi}{16}\right] \cup \left[\frac{-11\pi}{16}, \frac{-3\pi}{16}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{16}, \frac{13\pi}{16}\right]$   
 c)  $\left[\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{19\pi}{8}, \frac{21\pi}{8}\right]$   
 d)  $[0, 4]$   
 e)  $\left[-3\pi, -\frac{8\pi}{3}\right] \cup \left[-\frac{7\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}, 3\pi\right]$   
 f)  $\left] \frac{-\pi}{2}, 0 \right[ \cup \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$

8. Récrire chaque équation sous la forme  $y = a \sin b(x - h) + k$  de façon que les expressions  $\sin b(x - h)$  soient identiques.

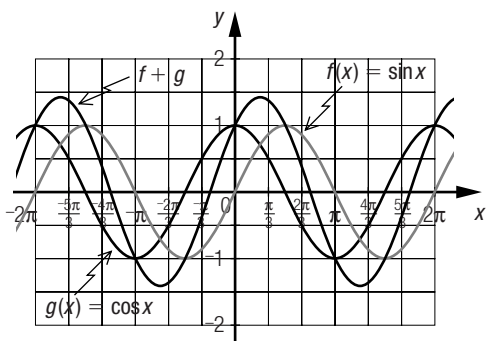
$f(x) = 2 \sin \pi x - 4$ ,  $g(x) = -3 \sin \pi x + 1$  et  $h(x) = \sin \pi x - 2$ .

a)  $f + g = -\sin \pi x - 3$  Il n'y a donc pas de solution.

b)  $f + h = 3 \sin \pi x - 6$  Il n'y a donc pas de solution.

c)  $g + h = -2 \sin \pi x - 1$  Les zéros sont :  $x = \frac{7}{6} + 2n$  ou  $x = \frac{11}{6} + 2n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

9. a)



b) 1)  $y = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$       2)  $y = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

c) 1)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + 2n\pi \vee x = \frac{5\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$

2) Ces valeurs sont associées au maximum de la fonction  $f + g$ .

d) 1)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi \vee x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$

2) Ces valeurs sont associées au maximum de la fonction  $f$ .

e) 1)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = n\pi, \text{ où } n \in \mathbb{Z}\}$

2) Ces valeurs sont associées au maximum de la fonction  $g$ .

Mise au point 6.3 (suite)

Page 122

10. a)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$

c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2 + 4n, n \in \mathbb{Z}\}$

e)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{8} + n\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{8} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$

b)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{3} + n\pi < x < \frac{2\pi}{3} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$

d)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 + \pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}\right\}$

f)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n < x < \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}\right\}$

11. a)  $\{-3,5, -1,5, 0,5, 2,5\}$

c)  $\{-1,75, -1,25, -0,75, -0,25, 0,25, 0,75, 1,25, 1,75\}$

e)  $\left\{-\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right\}$

b)  $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

d)  $0,91\bar{6}$  et  $1,58\bar{3}$ .

f)  $\left\{-\frac{5\pi}{8}, -\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}\right\}$

Mise au point 6.3 (suite)

Page 123

12. Le parachute se déploie au bout de 15 s.

13. La règle de la fonction associée à la situation est  $y = 3 \sin(180\pi x) + 4$ .

a) Résoudre l'équation  $3 \sin(180\pi x) + 4 = 2$

La pointe de lame se trouve à 2 cm de la planche à environ 7 ms et à environ 1 centième de seconde.

b) La pointe de la lame se trouve à une distance d'au moins 5 cm de la planche pendant environ 4 ms.

14. Les pieds de Léonie touchent le fond pendant 200 s.

Mise au point 6.3 (suite)

Page 124

15. a) Plusieurs réponses possibles. Exemple :  $y = -35 \cos(0,5\pi x) + 50$

b) 1) Résoudre l'équation  $68 = 35 \sin 0,5\pi(x - 1) + 50$

Les moments où l'intensité du son est égale à 80% de l'intensité maximale au cours de la première minute sont à :  
 $\approx 1,34$  s,  $\approx 2,66$  s,  $\approx 5,34$  s,  $\approx 6,66$  s,  $\approx 9,34$  s,  $\approx 10,66$  s,  $\approx 13,34$  s,  $\approx 14,66$  s,  $\approx 17,34$  s,  $\approx 18,66$  s,  
 $\approx 21,34$  s,  $\approx 22,66$  s,  $\approx 25,34$  s,  $\approx 26,66$  s,  $\approx 29,34$  s,  $\approx 30,66$  s,  $\approx 33,34$  s,  $\approx 34,66$  s,  $\approx 37,34$  s,  
 $\approx 38,66$  s,  $\approx 41,34$  s,  $\approx 42,66$  s,  $\approx 45,34$  s,  $\approx 46,66$  s,  $\approx 49,34$  s,  $\approx 50,66$  s,  $\approx 53,34$  s,  $\approx 54,66$  s,  
 $\approx 57,34$  s et  $\approx 58,66$  s.

2) Résoudre l'inéquation  $70 = 35 \sin 0,5\pi(x - 1) + 50$ .

Lors de la première oscillation, l'intensité du son est supérieure à 70 dB pendant environ 1,23 s. Donc au cours de la première minute, l'intensité sera supérieure à 70 dB pendant environ 18,38 s.

16. a) 1) La règle de la fonction qui correspond à la position verticale du pied droit est  $y = 12 \sin 5\pi(x - 0,2) - 9$ .  
 2) La règle de la fonction qui correspond à la position verticale du pied gauche est  $y = 12 \sin(5\pi x) - 9$ .
- b) 1) Le pied droit entre dans l'eau à environ 0,25 s, 0,34 s, 0,65 s, 0,74 s, 1,05s, 1,14 s, 1,45 s, 1,54 s, 1,85 s et 1,94 s.  
 2) Le pied gauche est hors de l'eau entre environ 0,05 s et 0,14 s, 0,45 s et 0,54 s, 0,85 s et 0,94 s, 1,25 s et 1,34 s, 1,65 s et 1,74 s.  
 3) Les deux pieds sont dans l'eau entre environ 0 s et 0,05 s, 0,14 s et 0,25 s, 0,34 s et 0,45 s, 0,54 s et 0,65 s, 0,74s et 0,85 s, 0,94 s et 1,05 s, 1,14 s et 1,25 s, 1,34 s et 1,45 s, 1,54 s et 1,65 s, 1,74 s et 1,85 s, 1,94 s et 2 s.

### Mise au point 6.3 (suite)

Page 125

17. a) La population de bernaches passe au-dessous de la barre des 450 000 individus pour la première fois après environ 4,67 mois.  
 b) La population de bernaches est supérieure ou égale à 1 million d'individus pendant environ 4,72 mois.  
 c) Cette population de bernaches passe de 400 000 à 700 000 individus en 0,82 mois environ.
18. a) 1) 600 fois.                      b) 1) À 0,008 $\bar{3}$  s, 0,041 $\bar{6}$  s, 0,108 $\bar{3}$  s, 0,141 $\bar{6}$  s, ..., 54,141 $\bar{6}$  s.  
 2) 1200 fois.                      2) À 0,05 s, 0,1 s, 0,15 s, 0,2 s, ..., 59,95 s.  
 3) 1200 fois.                      3) À 0,075 s, 0,175 s, 0,275 s, 0,375 s, ..., 59,975 s.
- c) 1) 300 fois.                      d) 1) À 0,35 s, 0,75 s, 1,15 s, 1,55 s, ..., 59,95 s.  
 2) 300 fois.                      2) À 0,01 $\bar{6}$  s, 0,28 $\bar{3}$  s, 0,41 $\bar{6}$  s, 0,68 $\bar{3}$  s, ..., 59,88 $\bar{3}$  s.  
 3) 150 fois.                      3) À 0,05 s, 0,25 s, 0,45 s, 0,65 s, ..., 59,85 s.

## SECTION 6.4

## Les identités trigonométriques

### Problème

Page 126

Le second élève a raison, il y a quatre valeurs de  $x$  qui vérifient cette équation.

### Activité 1

Page 127

- a. 1) La mesure du segment AE correspond au cosinus.  
 2) La mesure du segment CE correspond au sinus.
- b.  $(m \overline{AE})^2 + (m \overline{CE})^2 = (m \overline{AC})^2$ , soit  $(m \overline{AE})^2 + (m \overline{CE})^2 = 1$ .
- c. 1) •  $\angle CEA \cong \angle CED$ , car les deux angles sont des angles droits;  
 •  $\angle ACE \cong \angle CDE$ , car les deux angles sont complémentaires à l'angle CAE;  
 •  $\triangle ACE \sim \triangle CDE$ , deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
- 2) •  $\angle ACB \cong \angle ACD$ , car les deux angles sont des angles droits;  
 •  $\angle BAC \cong \angle ADC$ , car les deux angles sont complémentaires à l'angle ABC;  
 •  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ , deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
- 3) •  $\angle ACD \cong \angle AEC$ , car les deux angles sont des angles droits;  
 •  $\angle CAE \cong \angle CAD$ , par la réflexivité;  
 •  $\triangle ACD \sim \triangle ACE$ , deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
- 4) •  $\angle BAD \cong \angle AEC$ , car les deux angles sont des angles droits;  
 •  $\angle ABC \cong \angle CAE$ , car les deux angles sont complémentaires à l'angle CAB;  
 •  $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ , deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables (AA).
- d. La mesure du segment CD correspond à  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ , soit  $\tan \theta$ .

### Activité 1 (suite)

Page 128

- e. 1)  $\frac{m \overline{BC}}{1} = \frac{1}{\tan \theta}$                       2)  $m \overline{BC} = \frac{1}{\tan \theta}$                       3) Ce sont des inverses multiplicatifs.
- f. 1)  $\frac{m \overline{AD}}{1} = \frac{1}{\cos \theta}$                       2)  $m \overline{AD} = \frac{1}{\cos \theta}$                       3) Ce sont des inverses multiplicatifs.

$$g. (m \overline{AC})^2 + (m \overline{CD})^2 = (m \overline{AD})^2$$

$$h. 1) \frac{\sin \theta}{1} = \frac{1}{m \overline{AB}}$$

$$2) m \overline{AB} = \frac{1}{\sin \theta}$$

3) Ce sont des inverses multiplicatifs.

$$i. (m \overline{BC})^2 + (m \overline{AC})^2 = (m \overline{AB})^2$$

### Mise au point 6.4

Page 130

$$1. a) \sin^2 x \quad b) -\cos^2 x \quad c) \cot^2 x \quad d) \sin^2 x$$

$$e) \cot^2 x \quad f) \tan x \quad g) 1 \quad h) -1$$

$$2. a) 1) 1 \quad 2) 1 \quad 3) 1$$

b) Le produit d'un rapport trigonométrique par son inverse est toujours égal à 1.

$$3. a) \left\{ \frac{-7\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\} \quad b) \{-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi\} \quad c) \left\{ -2\pi, \frac{-3\pi}{2}, -\pi, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right\}$$

$$d) \{-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi\} \quad e) \{-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi\} \quad f) \left\{ \frac{-3\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$$

$$4. a) \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x} \quad b) \frac{\sin x \sqrt{1 - \sin^2 x}}{1 - \sin^2 x} \quad c) \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$d) \sqrt{1 - \cos^2 x} \quad e) \frac{1}{1 - \cos^2 x} \quad f) \frac{1}{1 - \sin^2 x}$$

$$5. a) \operatorname{cosec} x \quad b) \operatorname{cosec}^2 x \quad c) \sin^2 x \quad d) \cos x \quad e) \cos^2 x \quad f) 1$$

### Mise au point 6.4 (suite)

Page 131

$$6. a) \sin x \sec x = \tan x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$$\tan x = \tan x$$

$$c) 2 \cos x \sec^2 x = 2 \sec x$$

$$\frac{2 \cos x}{\cos^2 x} = 2 \sec x$$

$$\frac{2}{\cos x} = 2 \sec x$$

$$2 \sec x = 2 \sec x$$

$$e) \frac{1}{\sin^2 x} - 1 = \cot^2 x$$

$$\operatorname{cosec}^2 x - 1 = \cot^2 x$$

$$\cot^2 x = \cot^2 x$$

$$g) (\operatorname{cosec}^2 x - 1)(\sec^2 x - 1) = 1$$

$$\tan^2 x \cot^2 x = 1$$

$$i) \sin^2 x \cot^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x (\cot^2 x + 1) = 1$$

$$\sin^2 x \operatorname{cosec}^2 x = 1$$

$$1 = 1$$

$$7. a) \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \right\} \quad b) \text{Aucune solution.}$$

$$d) \text{Aucune solution.} \quad e) \text{Aucune solution.}$$

$$b) \tan^2 x \operatorname{cosec}^2 x = \sec^2 x$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin^2 x} = \sec^2 x$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

$$\sec^2 x = \sec^2 x$$

$$d) (1 - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \sin^2 x$$

$$f) \cot x (\cos x + \tan x \sin x) = \operatorname{cosec} x$$

$$\cot x \cos x + \cot x \tan x \sin x = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} + \sin x = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} + \frac{\sin^2 x}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} x$$

$$h) \frac{\cos^2 x}{\sin x} + \sin x = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} + \frac{\sin^2 x}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{1}{\sin x} = \operatorname{cosec} x$$

$$\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} x$$

$$j) \cos^2 x \tan^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x (\tan^2 x + 1) = 1$$

$$\cos^2 x \sec^2 x = 1$$

$$1 = 1$$

$$c) \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$f) \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \right\}$$

8. a) 1,25

b) 2

9. a)  $\sin^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$   
 $1 - \cos^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$   
 $1 - \cos^2 x \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$   
 $1 - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \sin^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$   
 $1 - \cot^2 x \sin^2 x = 1 - \cot^2 x \sin^2 x$

c)  $\frac{\cot x - \tan x}{\cot x + \tan x} = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\frac{\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x}} = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x}} = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} \times \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1} = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$   
 $\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2 \cos^2 x - 1$   
 $2 \cos^2 x - 1 = 2 \cos^2 x - 1$

e)  $(1 - \sin^2 x)(1 + \cot^2 x) = \cot^2 x$   
 $\cos^2 x \operatorname{cosec}^2 x = \cot^2 x$   
 $\cos^2 x \frac{1}{\sin^2 x} = \cot^2 x$   
 $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cot^2 x$   
 $\cot^2 x = \cot^2 x$

g)  $\cos x \sqrt{\sec^2 x - 1} = \sin x$   
 $\cos x \sqrt{\tan^2 x} = \sin x$   
 $\cos x \tan x = \sin x$   
 $\cos x \frac{\sin x}{\cos x} = \sin x$   
 $\sin x = \sin x$

i)  $\sin^2 x + \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x} + \cos^2 x = \sec^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1 = \sec^2 x$   
 $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$   
 $\sec^2 x = \sec^2 x$

c)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

b)  $\sin x \cot x = \cos x$   
 $\sin x \frac{\cos x}{\sin x} = \cos x$   
 $\frac{\sin x}{\sin x} \cos x = \cos x$   
 $\cos x = \cos x$

d)  $\tan x(\sin x + \cot x \cos x) = \sec x$   
 $\frac{\sin x}{\cos x} \left( \sin x + \frac{\cos x}{\sin x} \cos x \right) = \sec x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos x} + \cos x = \sec x$   
 $\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x} = \sec x$   
 $\frac{1}{\cos x} = \sec x$   
 $\sec x = \sec x$

f)  $\sin^2 x \cot^2 x \sec x = \cos x$   
 $\sin^2 x \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \frac{1}{\cos x} = \cos x$   
 $\cos x = \cos x$

h)  $\tan^2 x + \cos^2 x - 1 = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\tan^2 x + \cos^2 x - (\cos^2 x + \sin^2 x) = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\tan^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\sin^2 x \left( \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\sin^2 x (\sec^2 x - 1) = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\sin^2 x \tan^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$

j)  $\frac{\sin x \sec x}{\operatorname{cosec} x \sqrt{1 - \sin^2 x}} = \tan^2 x$   
 $\frac{\sin x \sec x}{\operatorname{cosec} x \sqrt{\cos^2 x}} = \tan^2 x$   
 $\frac{\sin x \sec x}{\operatorname{cosec} x \cos x} = \tan^2 x$   
 $\frac{\sin x \frac{1}{\cos x}}{\frac{1}{\sin x} \cos x} = \tan^2 x$   
 $\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \tan^2 x$   
 $\frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} = \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$   
 $\tan^2 x = \tan^2 x$

**Mise au point 6.4 (suite)**

10. Factoriser l'équation  $\cos^4 x - 3\cos^2 x = -2$ .  
 $(\cos^2 x - 1)(\cos^2 x - 2) = 0$

Les solutions sont donc  $\{-2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi\}$ .

11. a)  $\pm \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$       b)  $\pm \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$       c)  $\pm \sqrt{3+2\sqrt{2}}$       d)  $\pm \sqrt{3-2\sqrt{2}}$       e)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 f)  $\pm \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$       g)  $\pm \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$       h)  $\pm \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$       i)  $\pm \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

12. a)  $\frac{1+\tan^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} = \tan^2 x$   
 $\frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} = \tan^2 x$   
 $\frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x$   
 $\frac{1}{\sin^2 x}$   
 $\frac{1}{\cos^2 x} \times \sin^2 x = \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x$   
 $\tan^2 x = \tan^2 x$

b)  $\frac{\sin^2 x}{1-\cos x} = 1 + \cos x$   
 $\frac{1-\cos^2 x}{1-\cos x} = 1 + \cos x$   
 $\frac{(1+\cos x)(1-\cos x)}{1-\cos x} = 1 + \cos x$   
 $1 + \cos x = 1 + \cos x$

c)  $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x} = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\frac{\sin^2 x \sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\sin^2 x \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x \tan^2 x$   
 $\sin^2 x \tan^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$

d)  $\frac{\sec x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cot x} = 1$   
 $\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 1$   
 $\frac{1}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\sin x}{\cos x} = 1$   
 $\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1$   
 $\sec^2 x - \tan^2 x = 1$   
 $1 = 1$

e)  $\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$   
 $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$   
 $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$   
 $\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$   
 $\frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$

f)  $\frac{\cos^2 x \tan x}{\cot x} = \sin^2 x$   
 $\frac{\cos^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \sin^2 x$   
 $\cos^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \sin^2 x$   
 $\cos^2 x \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x$   
 $\sin^2 x = \sin^2 x$

g)  $(\operatorname{cosec} x - \cot x)^2 = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$   
 $\operatorname{cosec}^2 x - 2\operatorname{cosec} x \cot x + \cot^2 x = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$   
 $\frac{1}{\sin^2 x} - 2 \frac{1}{\sin x} \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$   
 $\frac{1-2\cos x+\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$   
 $\frac{\cos^2 x - 2\cos x + 1}{1-\cos^2 x} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$   
 $\frac{(1-\cos x)^2}{(1-\cos x)(1+\cos x)} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$   
 $\frac{1-\cos x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$

h)  $\frac{\cos^2 x}{1-\cos^2 x} + \sin^2 x + \cos^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$   
 $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$   
 $\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$   
 $\operatorname{cosec}^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$

13. a)  $\left\{\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right\}$

b)  $\left\{0, \frac{\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, 2\pi\right\}$

c)  $\{-2\pi, 0, 2\pi\}$

d) Aucune solution.

e)  $\left\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\right\}$

f)  $\{\approx -2,19, \approx -0,96, \approx 0,96, \approx 2,19\}$

Mise au point 6.4 (suite)

14. a)  $-\sin x$

b)  $\cos x$

c)  $\sin x$

d)  $\cos x$

e)  $\sin x$

f)  $-\cos x$

g)  $-\tan x$

h)  $\cot x$

i)  $-\tan x$

j)  $-\sin x$

15. 
$$\frac{\cos^2 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \sin^4 x} = 1$$

$$\frac{\cos^2 x(1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x(1 - \sin^2 x)} = 1$$

$$\frac{\cos^2 x \times \sin^2 x}{\sin^2 x \times \cos^2 x} = 1$$

$$1 = 1$$

16. a)  $\sin x$

b) 0

c) -1

d)  $\cos x$

e)  $\tan x$

f)  $\operatorname{cosec} x$

17. a)

$$\frac{\operatorname{cosec} x}{1 + \sec x} = \frac{\cot x}{1 + \cos x}$$

$$\frac{\frac{1}{\sin x}}{\cos x + 1} = \frac{\cot x}{1 + \cos x}$$

$$\frac{1}{\sin x} \times \frac{\cos x}{\cos x + 1} = \frac{\cot x}{1 + \cos x}$$

$$\frac{\cot x}{1 + \cos x} = \frac{\cot x}{1 + \cos x}$$

b)  $\operatorname{cosec} x - \sin x = \cos x \cot x$

$$\frac{1}{\sin x} - \sin x = \cos x \cot x$$

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} = \cos x \cot x$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \cos x \cot x$$

$$\cos x \cot x = \cos x \cot x$$

c)  $\operatorname{cosec} x(\operatorname{cosec} x + \cot x) = \frac{1}{1 - \cos x}$

$$\operatorname{cosec}^2 x + \operatorname{cosec} x \cot x = \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{\cos x}{\sin^2 x} = \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$\frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} = \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$\frac{1 + \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$\frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - \cos x}$$

d)  $(1 + \sec x)(\sec x - 1) = \frac{\sin x \sec x}{\cos x \operatorname{cosec} x}$

$$\sec^2 x - 1 = \frac{\sin x \sec x}{\cos x \operatorname{cosec} x}$$

$$\tan^2 x = \frac{\sin x \sec x}{\cos x \operatorname{cosec} x}$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x \sec x}{\cos x \operatorname{cosec} x}$$

$$\frac{\sin x \sec x}{\cos x \operatorname{cosec} x} = \frac{\sin x \sec x}{\cos x \operatorname{cosec} x}$$

e)

$$\frac{1 + \sin x}{\sin x - 1} + \frac{1 + \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x - 1} = 0$$

$$\frac{1 + \frac{1}{\operatorname{cosec} x}}{\frac{1}{\operatorname{cosec} x} - 1} + \frac{1 + \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x - 1} = 0$$

$$\frac{\frac{\operatorname{cosec} x + 1}{\operatorname{cosec} x}}{\frac{1 - \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x}} + \frac{1 + \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x - 1} = 0$$

$$\frac{1 + \operatorname{cosec} x}{1 - \operatorname{cosec} x} + \frac{1 + \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x - 1} = 0$$

$$\frac{-(1 + \operatorname{cosec} x)}{\operatorname{cosec} x - 1} + \frac{1 + \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec} x - 1} = 0$$

f)

$$\frac{\tan x - \sin x}{\tan x \sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{\frac{\sin^2 x}{\cos x}} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$\frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x \sin x}{\cos x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos x}} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$\frac{\sin x - \cos x \sin x}{\sin^2 x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Chronique du passé

1. a)  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

b)  $\frac{3}{2}$

c)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

$$2. \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos\frac{\pi}{2} \cos a + \sin\frac{\pi}{2} \sin a$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = 0 \cos a + 1 \sin a$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$$

$$3. \text{ a) } \frac{1}{2} \qquad \text{ b) } \frac{12}{17} \qquad \text{ c) } \frac{32}{37}$$

$$4. \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \cos^2 x - \cos 2x$$

$$\sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \cos 2x$$

$$2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

### Le monde du travail

Page 137

1. a) 1) La vitesse de la station spatiale est environ de 0,07 rad/min.  
2) La vitesse du satellite de communication est environ de 0,07 rad/min.
- b) 1) La distance parcourue par la station spatiale est de 27 084 km.  
2) La distance parcourue par la station spatiale est de 67 710 km.  
3) La distance parcourue par la station spatiale est environ de 4 254 344,77 km.
2. a) 1) La période de la fonction est de 90 min. 2) La règle est  $f(x) = 54 \sin \frac{\pi x}{45}$ .  
b) 1) La SSI se trouve à environ  $-46,77^\circ$  de latitude. 2) La SSI se trouve à  $0^\circ$  de latitude.  
3) La SSI se trouve à environ  $-46,77^\circ$  de latitude.  
c) La latitude de la SSI est supérieure à  $36^\circ$  pendant environ 24,09 min.

### Vue d'ensemble

Page 138

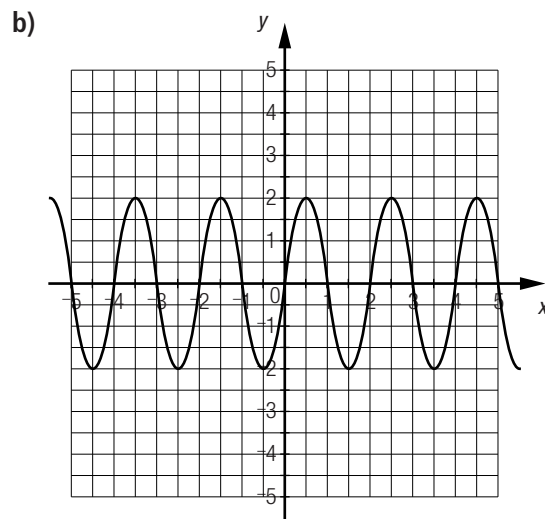
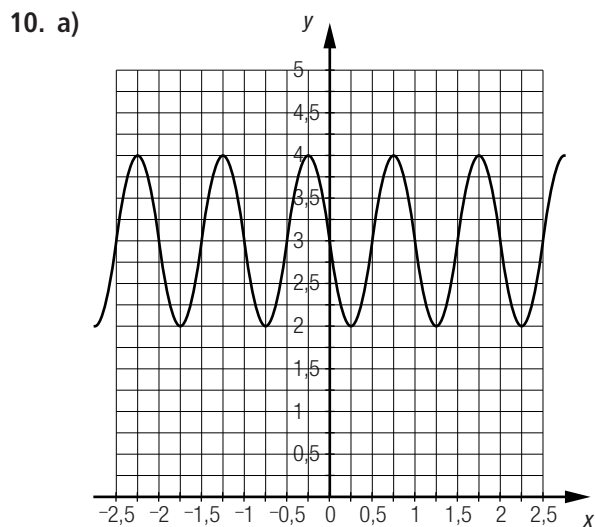
1. Mesure d'angle (rad)	$\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{29\pi}{12}$	$-\frac{2\pi}{9}$	$-\frac{50\pi}{9}$	-4,5
Mesure d'angle ( $^\circ$ )	270	-60	435	-40	-1000	$\approx -257,83$

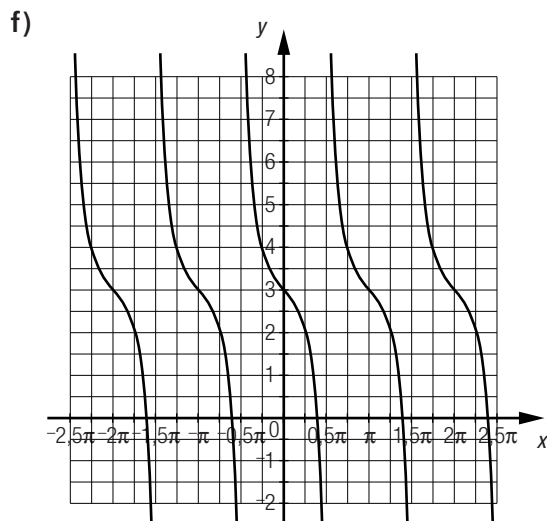
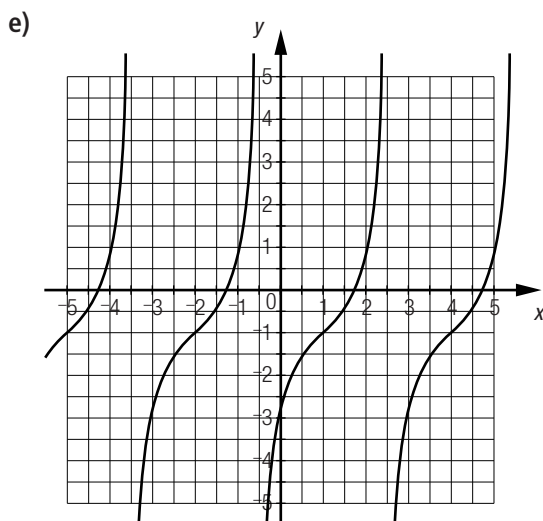
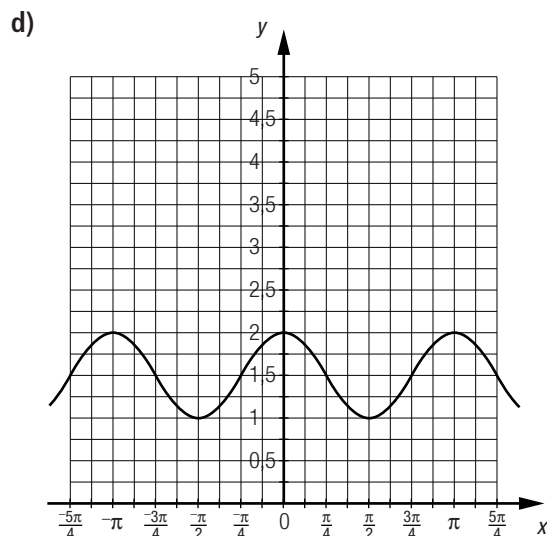
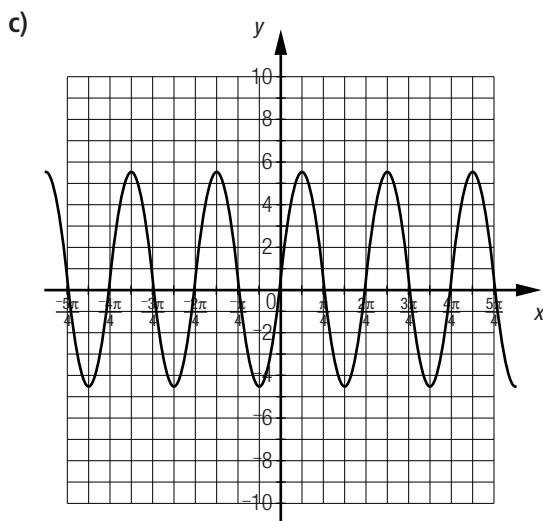
2. a) Vraie.  $P(0, 1)$   
b) Fausse. Les valeurs minimale et maximale atteintes par les rapports trigonométriques sinus et cosinus sont  $-1$  et  $1$ .  
c) Vraie. Les coordonnées de ce point sont  $(0, -1)$ .  
d) Vraie. Les coordonnées de ces points sont  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .  
e) Fausse. Ces points sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.
3. a)  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  b)  $(\approx -0,65, \approx -0,76)$  c)  $(0, 1)$  d)  $(\approx -0,94, \approx 0,34)$   
e)  $(\approx -0,99, \approx -0,14)$  f)  $(\approx 0,62, \approx -0,78)$  g)  $(\approx 0,0044, \approx -1)$  h)  $(\approx -0,99, \approx 0,16)$
4. a)  $P\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  et  $P\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .  
La distance qui sépare ces deux points est de 1 unité.  
b)  $P\left(\frac{\pi}{2}\right) = (0, -1)$  et  $P\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .  
La distance qui sépare ces deux points est environ de 1,85 unité.  
c)  $P\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  et  $P(2) = (\approx -0,41, \approx 0,91)$ .  
La distance qui sépare ces deux points est environ de 1,35 unité.  
d)  $P\left(\frac{4\pi}{9}\right) = (\approx 0,17, \approx 0,98)$  et  $P(-3) = (\approx -0,99, \approx -0,14)$ .  
La distance qui sépare ces deux points est environ de 1,62 unité.

5. a)  $\frac{-\sqrt{2}}{2}$       b)  $-0,8$       c)  $\sqrt{3}$       d)  $\approx -0,45$

**Vue d'ensemble (suite)**

6. a)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       b)  $\frac{\sqrt{15}}{3}$       c)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       d)  $\frac{-\sqrt{15}}{5}$       e)  $\frac{-\sqrt{6}}{2}$   
 f)  $\frac{-\sqrt{10}}{2}$       g)  $\approx -0,89$  rad      h)  $\approx 2,26$  rad      i)  $\approx -0,89$  rad
7. a)  $\tan^2 x$       b)  $\tan x$       c) 1      d)  $-\sin^2 x$   
 e) 1      f)  $\operatorname{cosec}^2 x$       g)  $\cot x$       h)  $\operatorname{cosec} x \sec x$
8. a)  $\sqrt{1 - \sin^2 x}$       b)  $\frac{\sin x \sqrt{1 - \sin^2 x}}{1 - \sin^2 x}$       c)  $\sin x$   
 d)  $\frac{-\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}$       e)  $\frac{1}{\sin^2 x}$       f)  $\sqrt{1 - \sin^2 x} + \frac{1}{\sin x}$
9. a) 1) 4      2)  $\frac{4}{3}$       3) Minimum :  $-8$ ; maximum : 0.  
 4) Croissante sur  $\left[0 + \frac{4n}{3}, \frac{2}{3} + \frac{4n}{3}\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; décroissante sur  $\left[\frac{2}{3} + \frac{4n}{3}, \frac{4}{3} + \frac{4n}{3}\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 5) Positif sur  $\left[\frac{2}{3} + \frac{4n}{3}\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; négatif sur  $\mathbb{R}$ .
- b) 1) 2      2) 2      3) Minimum :  $-3$ ; maximum : 1.  
 4) Croissante sur  $[1 + 2n, 2 + 2n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; décroissante sur  $[0 + 2n, 1 + 2n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 5) Positif sur  $\left[\frac{-1}{3} + 2n, \frac{1}{3} + 2n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; négatif sur  $\left[\frac{1}{3} + 2n, \frac{5}{3} + 2n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .
- c) 1) 3      2)  $\pi$       3) Minimum : 5; maximum : 11.  
 4) Croissante sur  $\left[\frac{-5\pi}{12} + \pi n, \frac{\pi}{12} + \pi n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; décroissante sur  $\left[\frac{\pi}{12} + \pi n, \frac{7\pi}{12} + \pi n\right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 5) Positif sur  $\mathbb{R}$ .
- d) 1) 1      2) 9      3) Minimum :  $-0,5$ ; maximum : 1,5.  
 4) Croissante sur  $[-1 + 9n, 3,5 + 9n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; décroissante sur  $[3,5 + 9n, 8 + 9n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .  
 5) Positif sur  $[0,5 + 9n, 6,5 + 9n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ ; négatif sur  $[-2,5 + 9n, 0,5 + 9n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .





**Vue d'ensemble (suite)**

11. a)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} \vee x = \frac{13\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}\right\}$     b)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi \vee x = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 c)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{10}{3} + \frac{4n}{3}, n \in \mathbb{Z}\right\}$     d)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = -1 + \frac{12n}{5} \vee x = \frac{-3}{5} + \frac{12n}{5}, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 e)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{-25\pi}{84} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$     f)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{-1}{9} + \frac{2n}{3}, n \in \mathbb{Z}\right\}$   
 g)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{13\pi}{60} + \frac{2\pi n}{5} \vee x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}\right\}$     h) Aucun zéro.

12. Plusieurs réponses possibles. Exemples :

- a)  $y = -4 \sin(\pi(x - 3)) + 2$     b)  $y = 2 \sin(0,5\pi(x - 1)) - 4$     c)  $y = -3 \sin(0,5(x - \pi)) + 1$   
 d)  $y = -4 \sin(0,1\pi(x - 7)) + 3$     e)  $y = 3 \tan(0,25\pi(x - 1)) + 1$     f)  $y = -\tan(0,4(x + \pi)) - 3$

**Vue d'ensemble (suite)**

13. a) Oui.    b) Non.    c) Non.  
 14. a) 1)  $y = -3 \sin 0,5\pi(x - 1) + 2$     2)  $y = 3 \cos 0,5\pi x + 2$   
 b) 1)  $x \approx 1,46 + 4n$  ou  $x \approx 2,54 + 4n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .    2)  $[\approx -0,54 + 4n, \approx 0,54 + 4n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

15. a)  $\left[ \frac{-15\pi}{4} + 10\pi n, \frac{-5\pi}{4} + 10\pi n \right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

c)  $\left[ \frac{7}{8} + 1,5n, 1,25 + 1,5n \right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

e)  $\mathbb{R}$

g)  $[\approx -0,11 + 2n, \approx 1,11 + 2n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

16. a)  $\frac{\sec x}{\tan x} = \operatorname{cosec} x$

$\cot x \sec x = \operatorname{cosec} x$

$\frac{\cos x}{\sin x \cos x} = \operatorname{cosec} x$

$\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} x$

c)  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\tan^2 x} = 1$   
 $\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1$   
 $1 = 1$

e)  $\tan x + \cot x = \sec x \operatorname{cosec} x$

$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \sec x \operatorname{cosec} x$

$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \sec x \operatorname{cosec} x$

$\sec x \operatorname{cosec} x = \sec x \operatorname{cosec} x$

g)  $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x + \cos x} = \sin x - \cos x$

$\frac{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = \sin x - \cos x$

$\sin x - \cos x = \sin x - \cos x$

b)  $\left[ \frac{-1}{3} + 2n, \frac{4}{3} + 2n \right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

d)  $\left[ \frac{\pi}{6} + \pi n, \frac{5\pi}{6} + \pi n \right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

f)  $\left[ \frac{-\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{6} + \pi n \right]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

h)  $[\approx 1,68 + 4\pi n, \approx 10,88 + 4\pi n]$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

b)  $\frac{1 - \sin^2 x}{\cot^2 x} = 1 - \cos^2 x$

$\tan^2 x \cos^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cos^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$1 - \cos^2 x = 1 - \cos^2 x$

d)  $(1 + \tan x)^2 + (1 - \tan x)^2 = 2 \sec^2 x$

$1 + 2 \tan x + \tan^2 x + 1 - 2 \tan x + \tan^2 x = 2 \sec^2 x$

$2 + 2 \tan^2 x = 2 \sec^2 x$

$2(1 + \tan^2 x) = 2 \sec^2 x$

$2 \sec^2 x = 2 \sec^2 x$

f)  $(\cos x + \sin x)(\sec x + \operatorname{cosec} x) = \sec x \operatorname{cosec} x + 2$

$\cos x \sec x + \cos x \operatorname{cosec} x + \sin x \sec x + \sin x \operatorname{cosec} x = \sec x \operatorname{cosec} x + 2$

$\cot x + \tan x + 2 = \sec x \operatorname{cosec} x + 2$

$\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} + 2 = \sec x \operatorname{cosec} x + 2$

$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} + 2 = \sec x \operatorname{cosec} x + 2$

$\sec x \operatorname{cosec} x + 2 = \sec x \operatorname{cosec} x + 2$

h)  $(\tan x + \sec x)^2 = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\left( \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{1}{\cos x} \right)^2 = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\left( \frac{\sin x + 1}{\cos x} \right)^2 = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\frac{(\sin x + 1)^2}{\cos^2 x} = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\frac{(\sin x + 1)^2}{1 - \sin^2 x} = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\frac{(\sin x + 1)^2}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

**Vue d'ensemble (suite)**

17. a)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

b)  $x = \frac{-\pi}{6} + 2\pi n$  ou  $x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

c)  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

d) Aucune valeur possible de  $x$ .

18. a)  $x = \frac{-\pi}{2} + 2\pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

b)  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

c)  $x = \pi + 2\pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

d)  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

e)  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

f)  $x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ .

19. Arc de cercle : 3450 km ; circonférence du cercle :  $(2\pi \cdot 1520)$  km, donc la mesure de l'arc de cercle est de  $\frac{345}{152}$  rad.

20. a) La roue effectue 4 tours/s.

b) Note : La question devrait se lire ainsi : La valve est située à 38 cm du centre de la roue. Quelle est sa vitesse de rotation en mètres par seconde ?

La vitesse de rotation de la valve est environ de 9,55 m/s.



- Déterminer la mesure de la circonférence parcourue par l'avion B.  
 $4800 \text{ m} \times 5,24 \text{ min} \approx 25\,132,74 \text{ m}$
  - Déterminer l'aire de la zone intérieure de la trajectoire de l'avion B.  
 Le rayon de la zone est de 4000 m, soit 4 km.  
 $\text{Aire} = 16\pi \text{ km}^2$   
 $\approx 50,27 \text{ km}^2$ .
  - Déterminer la circonférence de la zone intérieure de la trajectoire de l'avion A.  
 L'aire de cette zone est environ de  $18,27 \text{ km}^2$ . Le rayon de cette zone est environ de 2,41 km. La circonférence de cette zone est donc environ de 15,15 km.
  - Déterminer la distance que parcourt l'avion B en 1 h.  
 L'avion B effectue une rotation en 5,24 min environ. Sa vitesse est donc environ de 173,61 km/h. Il parcourt donc environ 173,61 km en 1 h.
2. Établir la règle associée à la force appliquée par chacun des pieds.  
 Pied droit :  $f(x) = 30 \sin 8(x - 10\pi) + 60$ , où  $f$  représente la force appliquée par le pied droit (en N) et  $x$ , le temps (en s).  
 Pied gauche :  $g(x) = -30 \sin 8(x - 10\pi) + 60$ , où  $f$  représente la force appliquée par le pied gauche (en N) et  $x$ , le temps (en s).  
 Additionner les règles afin de déterminer la force totale appliquée par les pieds en fonction du temps.  
 $f + g = 30 \sin 8(x - 10\pi) + 60 + -30 \sin 8(x - 10\pi) + 60 = 120$   
 La force totale appliquée est constante et est égale à 120 N.

### Banque de problèmes (suite)

Page 147

3. • Établir la règle de la variation du taux d'inflation pour chacun des pays.  
 Pays A :  $y = -\sin 0,5\pi x + 3$       Pays B :  $y = 2 \sin 0,5\pi x + 2,5$ , où  $y$  représente le taux d'inflation (en %) et  $x$ , le temps (en années).
- Déterminer les moments où la valeur de l'inflation sera la même pour les deux pays.  
 Résoudre l'équation  $-\sin 0,5\pi x + 3 = 2 \sin 0,5\pi x + 2,5$ .  
 $0,5 = 3 \sin 0,5\pi x$   
 $\frac{1}{6} = \sin 0,5\pi x$   
 $\Rightarrow 0,5\pi x \approx 0,17$  ou  $0,5\pi x \approx 2,97$ .  
 $x \approx 0,11$  ou  $x \approx 1,89$ .  
 La période associée à la variation du taux d'inflation est de 4 années pour chacun des pays. L'inflation de ces pays est donc identique à environ 0,11 an, 1,89 an, 4,11 ans, 5,89 ans, 8,11 ans, 9,89 ans, 12,11 ans, 13,89 ans...  
 Donc, entre 2015 et 2020, l'inflation sera la même en 2016, soit 8,11 ans après 2008, et en 2017, soit 9,89 ans après 2008.
4. Démontrer que l'expression ① est équivalente à l'expression ②.

$$\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{\sin x + \cos x} = \sec x \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{\frac{1}{\sec x} + \frac{1}{\operatorname{cosec} x}} = \sec x \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{\frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{(\sec x \operatorname{cosec} x)}} = \sec x \operatorname{cosec} x$$

$$(\sec x \operatorname{cosec} x) \frac{\sec x + \operatorname{cosec} x}{\sec x + \operatorname{cosec} x} = \sec x \operatorname{cosec} x$$

$$\sec x \operatorname{cosec} x = \sec x \operatorname{cosec} x$$

### Banque de problèmes (suite)

Page 148

5. Établir la règle de la fonction qui correspond à la situation.  
 $f(x) = \tan \frac{\pi}{8}(x - 4) + 1$ , où  $f$  représente l'intensité du signal sonore (en dB) et  $x$ , le temps (en centièmes de seconde).  
 Déterminer le moment où l'intensité du signal est de 42 dB et de 56 dB.  
 $42 = \tan \frac{\pi}{8}(x - 4) + 1$   
 $\Rightarrow x \approx 7,94$

$$56 = \tan \frac{\pi}{8}(x - 4) + 1$$

$$\Rightarrow x \approx 7,95$$

L'intervalle de temps entre ces deux intensités est environ de 0,0002 s. Étant donné que le son se répète 750 fois au cours de la première minute, l'intensité du signal sera supérieure à 42 dB pendant environ 0,12 s.

6. • Établir la règle associée à cette situation.

La période de cette situation est de 365. Le jour 0 peut être considéré comme le 21 juin.

La règle de cette situation est  $f(x) = 12 \cos \frac{2\pi}{365}x + 12$ , où  $f$  représente le temps d'ensoleillement (en h) et  $x$ , le temps (en jours).

- Déterminer le nombre d'heures d'ensoleillement le 31 octobre.

Ce jour est le 132<sup>e</sup> après le 21 juin.  $f(132) = 12 \cos \frac{2\pi}{365} \times 132 + 12$

Le 31 octobre, il y aura environ 4,26 h d'ensoleillement.

### Banque de problèmes (suite)

Page 149

7. • Établir la règle de la forme  $y = a \sin b(x - h) + k$  associée à cette situation.

La période est de 40 min. Le paramètre  $b$  vaut donc  $\frac{\pi}{20}$ . Le paramètre  $a$  vaut 2, car  $\frac{102 - 98}{2} = 2$ .

Le paramètre  $k$  vaut ainsi 100. De plus, la courbe passe par le point (0, 101). En substituant ces valeurs dans l'équation

$y = a \sin b(x - h) + k$ , on obtient :  $101 = 2 \sin \frac{\pi}{20}(0 - h) + 100$ .

Résoudre cette dernière équation pour déterminer la valeur du paramètre  $h$ .

Les deux valeurs obtenues sont  $h = \frac{-10}{3}$  et  $h = \frac{-25}{3}$ . Étant donné qu'au départ la pression doit être à la hausse, la valeur du paramètre  $h$  doit être  $\frac{-10}{3}$ .

L'équation s'écrit donc :  $y = 2 \sin \frac{\pi}{20} \left( x + \frac{10}{3} \right) + 100$ , où  $x$  représente le temps (en min) et  $y$ , la pression (en kPa).

- Résoudre l'équation lorsque  $x$  vaut 233.

La pression est de 98,91 kPa à 233 min.

Il est donc possible de déterminer la pression 233 min après le début de l'expérience.

8. • Établir la règle de la fonction associée à cette situation.

Remplacer les valeurs connues dans l'équation de la forme  $y = a \sin b(x - h) + k$  afin de déterminer la valeur du paramètre  $a$ .

$$y = a \sin b(x - h) + k$$

$$15\sqrt{2} + 50 = a \sin 0,5\pi(3,5 - 1) + 50. \text{ La valeur du paramètre } a \text{ est donc } -30.$$

- Résoudre l'inéquation  $-30 \sin 0,5\pi(x - 1) + 50 \geq 60$

L'intensité lumineuse est donc supérieure ou égale à 60 % entre  $[0, \approx 0,78] \text{ s} \cup [\approx 3,22, \approx 4,78] \text{ s} \cup$   
 $[\approx 7,22, \approx 8,78] \text{ s} \cup [\approx 11,22, \approx 12,78] \text{ s} \cup [\approx 15,22, \approx 16,78] \text{ s} \cup [\approx 19,22, \approx 20,78] \text{ s} \cup$   
 $[\approx 23,22, \approx 24,78] \text{ s} \cup [\approx 27,22, \approx 28,78] \text{ s} \cup [\approx 31,22, \approx 32,78] \text{ s} \cup [\approx 35,22, \approx 36,78] \text{ s} \cup$   
 $[\approx 39,22, \approx 40,78] \text{ s} \cup [\approx 43,22, \approx 44,78] \text{ s} \cup [\approx 47,22, \approx 48,78] \text{ s} \cup [\approx 51,22, \approx 52,78] \text{ s} \cup$   
 $[\approx 55,22, \approx 56,78] \text{ s} \cup [\approx 59,22, 60] \text{ s}.$

9. Récrire l'équation à l'aide des identités trigonométriques.

$$-\sin^2 x - \cos^2 x = 6 \cos x - 4$$

$$-1(\sin^2 x + \cos^2 x) = 6 \cos x - 4$$

$$\frac{1}{2} = \cos x$$

Les solutions de l'équation  $\frac{1}{2} = \cos x$  sont :  $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$  et  $x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$ .

Les solutions de Gabriel ne font donc pas partie de l'ensemble-solution.

10. Pour obtenir les renseignements nécessaires pour établir la règle de la fonction réciproque, il suffit d'invertir les coordonnées  $x$  et  $y$ . Le nouveau domaine correspond à une demi-période, donc la période est de 12.

La valeur du paramètre  $b$  est donc  $\frac{\pi}{6}$ . Le nouveau codomaine fournit des renseignements sur la valeur des paramètres  $a$  et  $k$ . Ceux-ci valent respectivement 2 et 2,5. Enfin, le paramètre  $h$  vaut 5, car les extremums sont situés aux points (2, 0,5) et (8, 4,5). La règle de la réciproque de la fonction représentée graphiquement est donc

$$y = 2 \sin \frac{\pi}{6}(x - 5) + 2,5.$$