



Mathématiques 536  
Réflexion 4  
Tome 1



Guy Breton

5<sup>e</sup> SECONDAIRE

*Reflexions*  
*mathématiques*



TOME 1

C·O·R·R·I·G·É

DU MANUEL DE L'ÉLÈVE



8101, boul. Métropolitain Est, Anjou, Qc, Canada H1J 1J9  
Téléphone : (514) 351-6010 Télécopieur : (514) 351-3534

Nous avons indiqué, pour chaque composante des rubriques *Maîtrise*, la lettre correspondant au code de couleurs utilisé dans le manuel. Vous trouverez, à la page III du manuel, tome 1, la signification de ce code de couleurs.

**B** : bleu

**V** : vert

**R** : rouge

**N** : noir

**J** : jaune

## R.É.F.L.E.X.I.O.N 4

## page 340

## Jeux de lumières et de teintes

a)  $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$

b) 1)  $\left(\frac{4}{5}\right)^3$  2)  $\frac{4^3}{5^3}$

c) 1)  $\frac{81}{625}$  2)  $\frac{1}{8}$

d) 12 filtres.

## page 341

- e) 1)  $x > 0$  2) Aucune.  
 3)  $x = \frac{a}{b}$ , où b est impair ( $a, b \in \mathbb{Z}$ )  
 4) Aucune. 5)  $x \neq 0$   
 6)  $x \geq 0$

## page 342

## Investissement 1

1. a) 125 b)  $\frac{1}{8}$  c) 1 d) 3  
 e) -3 f) 7 g) 2 h) -4  
 i)  $\frac{1}{3}$  j) 2 k) -1 l) 1
2. a) 486, 1458, 4374 b)  $4, \frac{4}{9}, \frac{4}{81}$   
 c) 2,5, 25, 250 d) 12, 3,  $\frac{3}{4}$
3. a)  $v = 6 \times 3^{n-1}$  b)  $v = 2916 \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1}$   
 c)  $v = 0,0025 (10)^{n-1}$  d)  $v = 768 \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
4. a) 65, 325 b) 36, 2916  
 c)  $\frac{5}{8}, 160$  d) 14, 224
5. a)  $x$  b)  $x^9$  c)  $x^{16}$  d)  $\frac{1}{x^3} + x^{11}$
6. a)  $5^7$  b)  $-2^4 \times 3^2$   
 c)  $2^{15} \times 3^2$  d)  $-(2 \times 3)^5$  ou  $-2^5 \times 3^5$
7. a)  $\approx 2,057\ 95 \times 10^{10}$  km<sup>3</sup>  
 b)  $\approx 5,107\ 05 \times 10^8$  km<sup>2</sup>  
 c)  $\approx 43\ 800$  fois.

## page 343

	Cause de l'erreur	Bon résultat
a)	$(-1)^5 \neq -1 \times 5$	$(-1)^5 = -1$
b)	$a^n \neq n^a$ On a interverti la base et l'exposant.	$3^8 = 6561$ ou $8^3 = 512$
c)	$-a^n \neq a^n$	$-2^2 = -\frac{1}{4}$
d)	On n'a pas appliqué la loi $(ab)^m = a^m b^m$ correctement.	$(3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2$
e)	$a^0 = 1$ ( $a \neq 0$ )	$7^0 = 1$
f)	$a^n = \frac{1}{a^n}$ ou $a^2 = \sqrt{a}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$ ou $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

9. a)  $\frac{a^2}{b} + a^3 b^4$   
 b)  $\frac{6}{a^2 b^8}$  c)  $3^4 a^8 b^7$  ou  $81 a^8 b^7$   
 d)  $\frac{a^6}{b^2}$  e)  $\frac{b^5}{a^7}$  f)  $\frac{b-a}{a^2}$
10. a)  $2a^2 + 4ab$  b)  $8a^2 + 16ab$  c)  $27a^2 b$
11. (Réponses personnelles.)

	Signification	Exemple
a)	y : base et x : exposant	$2 \boxed{y^x} 3 \Rightarrow 2^3$
b)	exposant	$2 \boxed{\wedge} 3 \Rightarrow 2^3$
c)	$x^{\text{ième}}$ puissance de 10	$\boxed{10^x} 3 \Rightarrow 10^3$
d)	Carré de la base x	$3 \boxed{x^2} \Rightarrow 3^2$
e)	Inverse du nombre x	$2 \boxed{x^{-1}} \Rightarrow 2^{-1}$
f)	$x^{\text{ième}}$ puissance de e	$\boxed{e^x} 1 \Rightarrow e^1$

**Forum**

- a) 1)  $m$  est impair.      2)  $m > 0$   
 3) Aucune.                  4)  $m = 0$
- b) Aucune valeur.
- c) (Autres réponses possibles.)  
 Un terme correspond au carré de l'inverse du terme précédent.

**page 344**

**Remède contre les virus informatiques**

- a) 1) 27 personnes.  
 2) 729 personnes.  
 3) 59 049 personnes.
- b) Le 13<sup>e</sup> jour.
- c) Le quotient d'un taux de variation unitaire par le précédent égale la base.

**page 345**

- d) 1) Oui.  
 2) Oui.  
 3) Oui.

**Agrandissement et réduction**

- a)  $f_1(x) = 2^x, f_2(x) = 3^x, f_3(x) = 5^x$   
 $f_4(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, f_5(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x, f_6(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$
- b) 1)  $f_1(x) = 2^x, f_2(x) = 3^x, f_3(x) = 5^x$   
 2)  $f_4(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, f_5(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x, f_6(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

**page 346**

- c) 1)  $Y_1$  : non.  
 $Y_2$  : non.  
 $Y_3$  : oui.  
 $Y_4$  : oui.  
 $Y_5$  : oui.
- 2) À une fonction constante.
- d) Non, car pour avoir une image négative, il faut avoir une base négative.

- e) 1) Pour  $0 < c < 1$ , plus  $c$  est petit, plus on est près de l'axe des ordonnées.  
 Pour  $c > 1$ , plus  $c$  est grand, plus on est près de l'axe des ordonnées.
- 2) 1, car pour  $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^0 = 1$
- 3)  $c$
- 4) Non, les courbes tendent vers 0.

**page 347**

- f) 1)  $\text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}_+^*$ ,  $\text{codom } f^{-1} = \mathbb{R}$   
 2)  $\text{Dom } g^{-1} = \mathbb{R}_+^*$ ,  $\text{codom } g^{-1} = \mathbb{R}$
- g) Oui, car chaque élément de son domaine n'a qu'une et une seule image.
- h)  $y$  est l'exposant que l'on doit donner à la base  $c$  pour obtenir la puissance  $x$ .
- i) 1)  $2 = \log_{10} 100$       2)  $3 = \log_5 125$   
 3)  $3 = \log_2 \left(\frac{1}{8}\right)$       4)  $2 = \log_a 25$   
 5)  $m = \log_a x$       6)  $x = \log_b a$
- j) 1) 5      2) 3      3) 4  
 4) 2      5) -3      6) 3

**page 348**

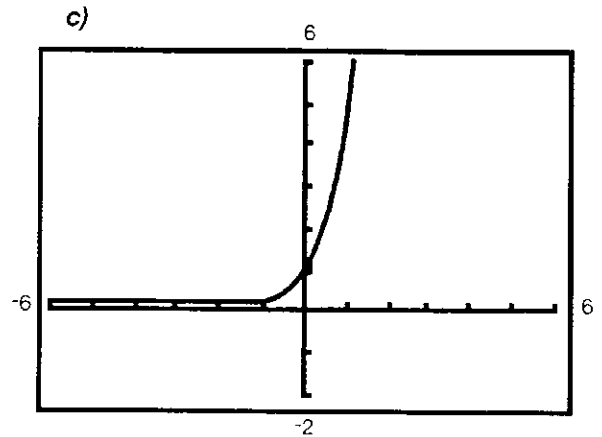
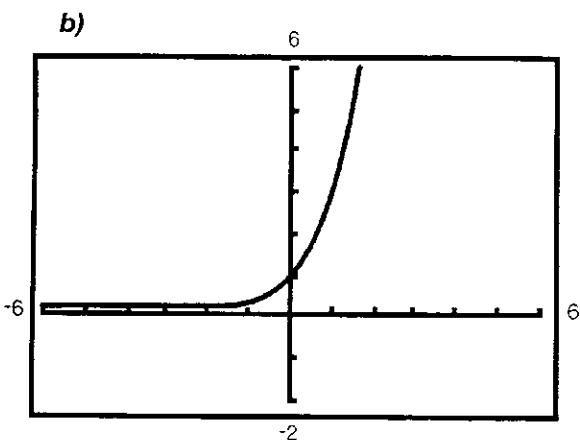
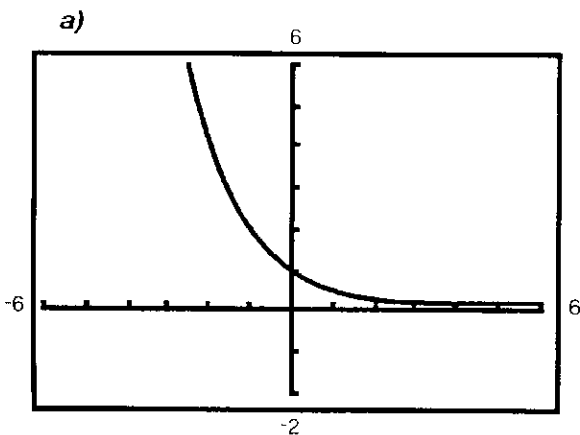
k) Règle	$f(x) = c^x$ ( $c > 0$ et $c \neq 1$ )
Graphique	- Courbe asymptotique à $y = 0$ . - Courbe passant par $(0, 1)$ et $(1, c)$ .
Domaine	$\mathbb{R}$
Codomaine	$\mathbb{R}_+^*$ ou $]0, +\infty[$
Zéro	Aucun.
Extremum	Aucun.
Signe	Positive sur $\mathbb{R}$ .
Variation	Si $c > 1$ : croissante sur $\mathbb{R}$ et si $0 < c < 1$ : décroissante sur $\mathbb{R}$ .
Réciproque	$c^y = x$ ou $\log_c x = y$ ; c'est une fonction.

## Investissement 2

1. a) 1) ① 0,4    ② 7    ③ 4,5  
 2) ① 0,000 655 36  
 0,000 262 144  
 ② 5 764 801  
 40 353 607  
 ③ 168 151,2539  
 756 680,6426
- b) ①  $f(x) = (0,4)^x$   
 ②  $f(x) = 7^x$   
 ③  $f(x) = (4,5)^x$

2. a) Oui.    b) Non.    c) Non.  
 d) Oui.    e) Non.

3. (Note : Les graphiques tracés à main levée doivent ressembler aux graphiques reproduits ci-dessous.)



page 349

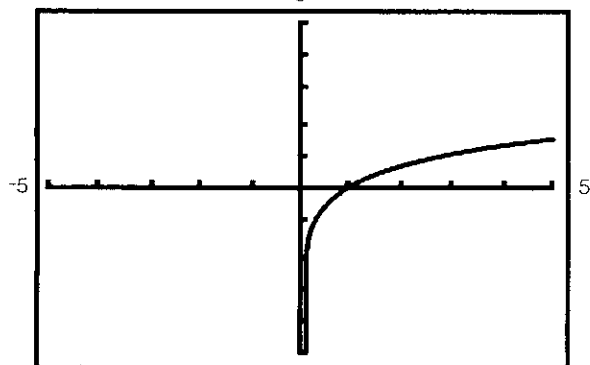
4. C)
5. a) Ils sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.  
 b) Ils sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.
6. a) Les bases de  $f$ ,  $g$  et  $h$  constituent des facteurs de décroissance exponentielle.  
 Les bases de  $i$  et  $j$  constituent des facteurs de croissance exponentielle.
- b) Pour toutes ces fonctions :  
 Dom =  $\mathbb{R}$  et Codom =  $]0, +\infty[$  ou  $\mathbb{R}_+^*$ .
- c) Pour toutes ces fonctions, l'ordonnée à l'origine est 1.
- d)  $f(-1) = 4$                        $f(1) = 0,25$   
 $g(-1) = 2$                          $g(1) = \frac{1}{2}$   
 $h(-1) = \frac{10}{9}$                          $h(1) = 0,9$   
 $i(-1) = \frac{2}{3}$                           $i(1) = 1,5$   
 $j(-1) = \frac{1}{4}$                           $j(1) = 4$
- e) Pour toutes ces fonctions,  $y = 0$ .
7. Pour toute fonction exponentielle dont la règle est de la forme  $f(x) = c^x$ , il n'y a pas de zéro ni d'extremum. Cette fonction est strictement positive pour  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
8. a)  $f(x) = 4^x$   
 b)  $y = \log_4 x$   
 c) Dom  $g = ]0, +\infty[$  ou  $\mathbb{R}_+^*$   
 Codom  $g = \mathbb{R}$

9. a)  $\log_3 9 = 2$       b)  $\log_5 125 = 3$   
 c)  $\log_{2,5} t = s$       d)  $\log_{\frac{1}{8}} y = x$   
 e)  $\log_5 w = v$       f)  $\log_c y = x$
10. a)  $6^2 = 36$       b)  $n^2 = 100$   
 c)  $0,75^x = y$       d)  $t^r = s$

**page 350**

11. a)  $f_1^{-1}(x) = \log_3 x$

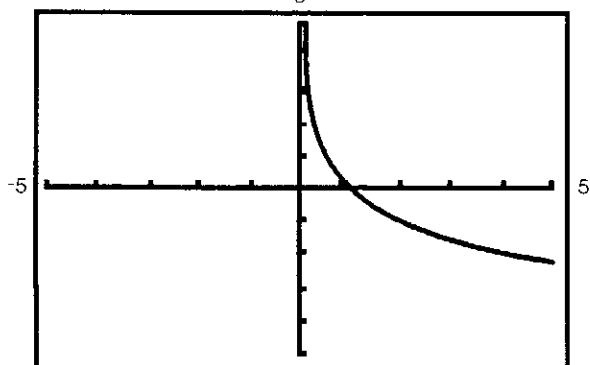
5



-5

b)  $f_2^{-1}(x) = \log_{0,5} x$

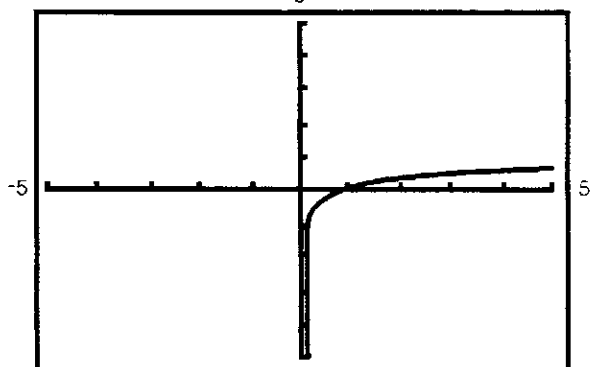
5



-5

c)  $f_3^{-1}(x) = \log_{10} x$

5



-5

12.  $f(x) = g(x)$  pour  $x \in \{2,478\dots, 3\}$   
 $f(x) < g(x)$  sur  $[0, 2,478\dots[ \cup ]3, +\infty[$   
 $f(x) > g(x)$  sur  $]2,478\dots, 3[$

**Forum**

- a) 1) Non.      2) Non.  
 b) 1)  $\frac{f(x+2) - f(x+1)}{f(x+1) - f(x)} = \frac{c^{x+2} - c^{x+1}}{c^{x+1} - c^x} = \frac{c(c^{x+1} - c^x)}{(c^{x+1} - c^x)} = c$   
 2)  $f(x_1 + x_2) = c^{x_1 + x_2} = c^{x_1} \cdot c^{x_2} = f(x_1) \cdot f(x_2)$   
 3)  $f(x_1 - x_2) = c^{x_1 - x_2} = \frac{c^{x_1}}{c^{x_2}} = \frac{f(x_1)}{f(x_2)}$

**L'aspirine contre les rhumatismes**

- a) (Autres réponses possibles.)  
 $\forall x \in \text{dom } f$   
 $\frac{f(x+2) - f(x+1)}{f(x+1) - f(x)} = c$ ; par exemple :  
 $\frac{11,65 - 14,5}{14,5 - 18,019} \approx 0,81$

**page 351**

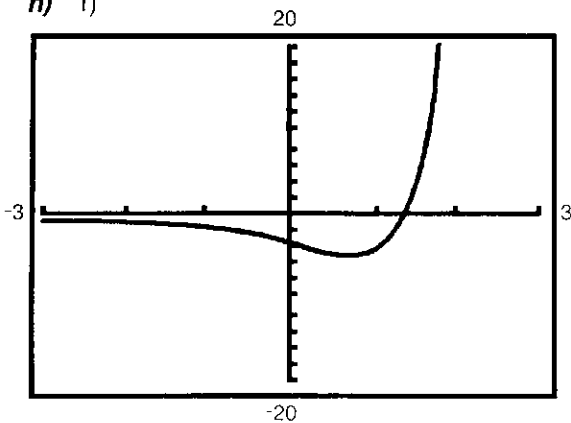
- b)  $a = 15, b = 2, h = 1$  et  $k = -0,5$   
 c) Sous l'action de  $k$ .

**page 352**

- d) 1)  $f : k = 8$       2)  $l : k = 4$   
 $g : k = 4$        $m : k = 2$   
 $h : k = 0$        $n : k = -6$   
 $i : k = -4$   
 $j : k = -8$
- e) 1)  $y = -1$       2)  $y = 11$   
 3)  $y = -\frac{1}{3}$       4)  $y = 0$

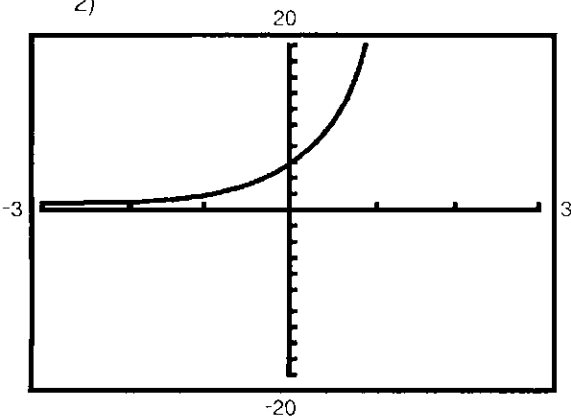


h) 1)



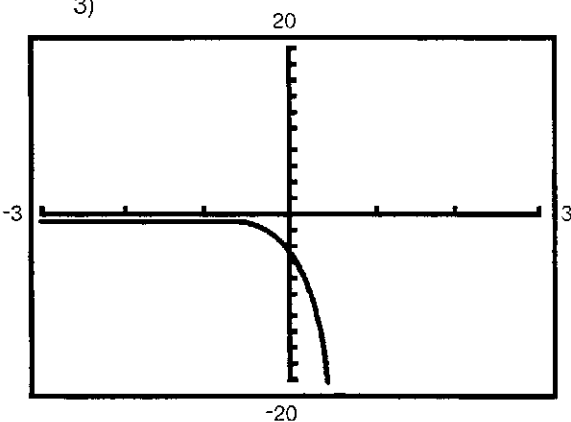
$[\approx 0,74, +\infty[$

2)



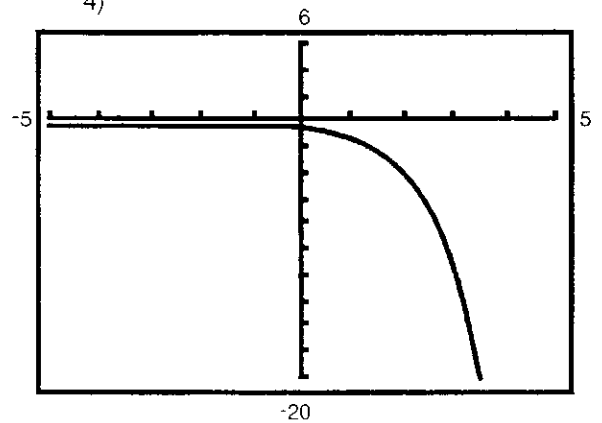
$\mathbb{R}$

3)



$\emptyset$

4)



$\emptyset$

- i) 1)  $(f \circ g)(x) = 1,5 (2)^{-2x-2} + 8$  ou  
 $(f \circ g)(x) = 1,5 \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} + 8$   
 2)  $(g \circ f)(x) = -3 (2)^x - 3 - 15$

**Investissement 3**

1. a)

	a	b	h	k
1)	1	-1	0	0
2)	-3	2	0	0
3)	1	1	2	0
4)	1	1	0	18
5)	0,5	0,5	0	-3
6)	-1	2	-6	20

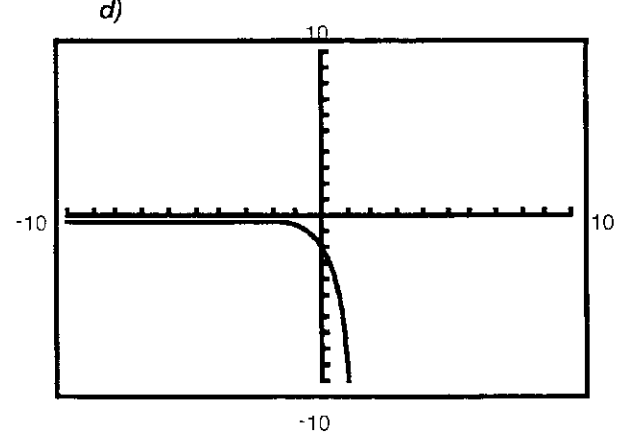
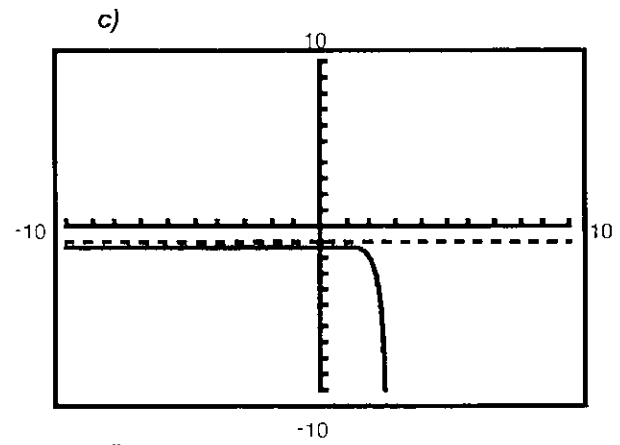
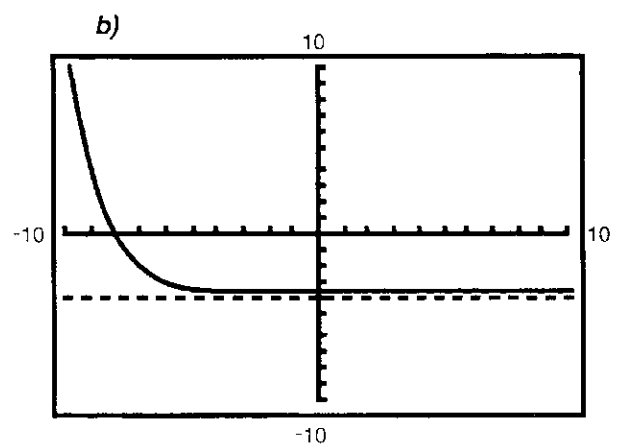
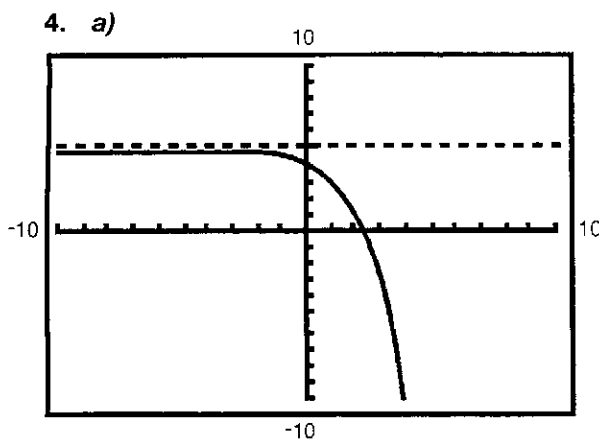
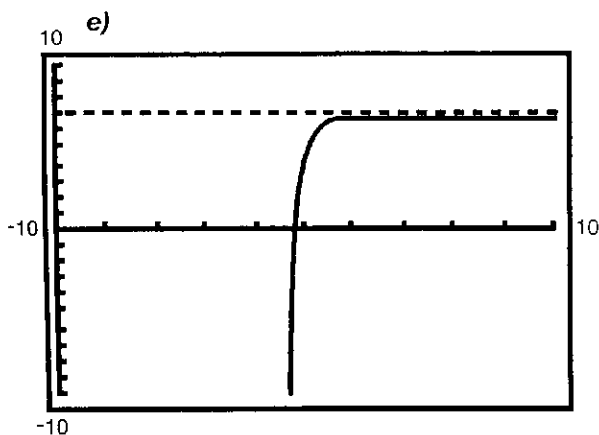
- b) 1) Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.  
 2) Changement d'échelle vertical de facteur 3 suivi d'une réflexion par rapport à l'axe des abscisses suivie d'un changement d'échelle horizontal de facteur 1/2.  
 3) Translation horizontale de 2 unités vers la droite.  
 4) Translation verticale de 18 unités vers le haut.  
 5) Changement d'échelle vertical de facteur 0,5 suivi d'un changement d'échelle horizontal de facteur 2 suivi d'une translation verticale de 3 unités vers le bas.  
 6) Réflexion par rapport à l'axe des abscisses suivie d'un changement d'échelle horizontal de facteur 1/2 suivie d'une translation oblique de 6 unités vers la gauche et de 20 unités vers le haut.

**page 358**

2.

	Ordonnée à l'origine	Équation de l'asymptote
a)	-0,1	$y = 0$
b)	-1	$y = -6$
c)	-5 764 711	$y = 90$
d)	-8	$y = 0$

3. a)  $f(x) = 10^x$  ou  $f(x) = \left(\frac{1}{100}\right)^x$   
 b)  $\left(-1, \frac{1}{10}\right), (0, 1), (1, 10)$   
 ou  $(-1, 100), (0, 1), \left(1, \frac{1}{100}\right)$   
 c)  $\left(\frac{11}{2}, \frac{67}{10}\right), (5, 4), \left(\frac{9}{2}, -23\right)$  ou  $(4, -293), (5, 4), \left(6, \frac{697}{100}\right)$   
 d)  $y = 7$



5. a)  $f(x) = -(36)^{x-1} + 1$   
 b)  $g(x) = -2(27)^{x-4} - 5$   
 c)  $h(x) = 0,25(0,25)^{x-4}$

6. Les trois fonctions sont représentées par la même courbe, car :

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= -5\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-9} + 30 = -5\left(\frac{1}{2}\right)^{3(x-3)} + 30 \\
 &= -5\left(\frac{1}{8}\right)^{x-3} + 30 \\
 &= -5(8^{-1})^{x-3} + 30 \\
 &= -5(8)^{3-x} + 30 = Y_2 \\
 &= -5(8)^3 \cdot (8)^{-x} + 30 \\
 &= -2\,560(8)^{-x} + 30 \\
 &= -2\,560\left(\frac{1}{8}\right)^x + 30 = Y_3
 \end{aligned}$$

7. a)

$f(x)$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$
Dom	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Codom	$] -10, +\infty[$	$] -\infty, 8[$	$] -\infty, 0[$	$] 8, -\infty[$

b) Les fonctions  $Y_1$  et  $Y_4$  sont croissantes.  
Les fonctions  $Y_2$  et  $Y_3$  sont décroissantes.

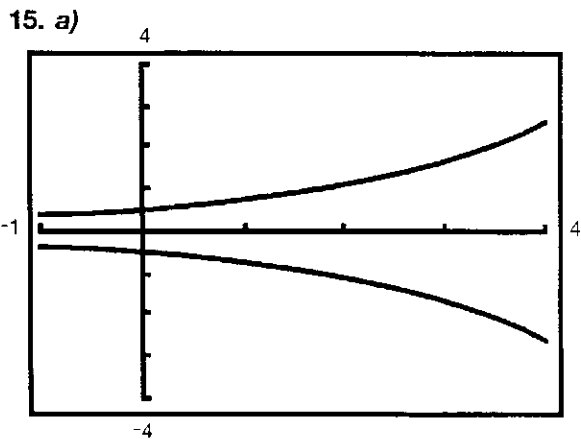
8. a) 1)  $a > 0$  et  $b < 0$     b) 1)  $a > 0$  et  $b > 0$   
 2)  $a > 0$  et  $b > 0$     2)  $a > 0$  et  $b < 0$   
 3)  $a < 0$  et  $b < 0$     3)  $a < 0$  et  $b > 0$   
 4)  $a < 0$  et  $b > 0$     4)  $a < 0$  et  $b < 0$

**page 359**

9. a) (3, 3) et  $(\approx -4,968\ 05, \approx -4,968\ 05)$   
 b)  $x = -5$
10. a) Vrai.    b) Faux.    c) Faux.    d) Vrai.
11. a)  $x = 6$     b)  $x = -1,5$     c)  $x = -1$   
 d)  $x = \frac{1}{2}$     e)  $x = -4$     f)  $x = 4$   
 g)  $x = 2$     h)  $x = \frac{1}{4}$

12. a)  $x = 8$     b)  $x = 3$   
 c) Aucun zéro    d)  $x = 5$
13.  $f_1(x) \geq 0$  pour  $x \in [8, +\infty[$  et  $f_1(x) \leq 0$  pour  $x \in ]-\infty, 8]$   
 $f_2(x) \geq 0$  pour  $x \in [3, +\infty[$  et  $f_2(x) \leq 0$  pour  $x \in ]-\infty, 3]$   
 $f_3(x) > 0$  pour  $x \in \mathbb{R}$   
 $f_4(x) \geq 0$  pour  $x \in ]-\infty, 5]$  et  $f_4(x) \leq 0$  pour  $x \in [5, +\infty[$

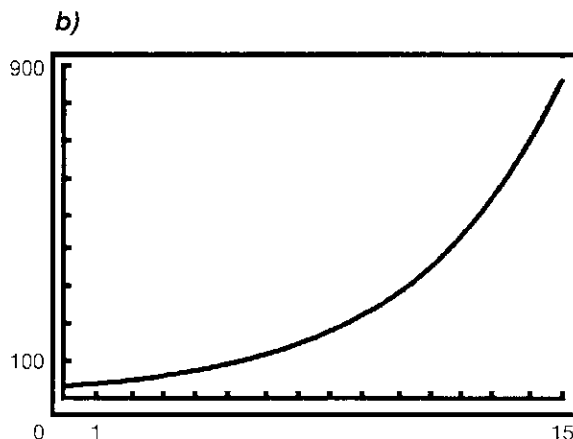
14. a)  $x = -4$     b)  $x = -20$     c)  $x = -\frac{1}{19}$   
 d)  $x = \frac{11}{2}$     e)  $x = -5$     f)  $x = \frac{5}{2}$



b)  $\approx 0,67$  dm et  $\approx 5,06$  dm

**page 360**

16. a) 1)  $\approx 46,88$  \$    2)  $\approx 279,40$  \$

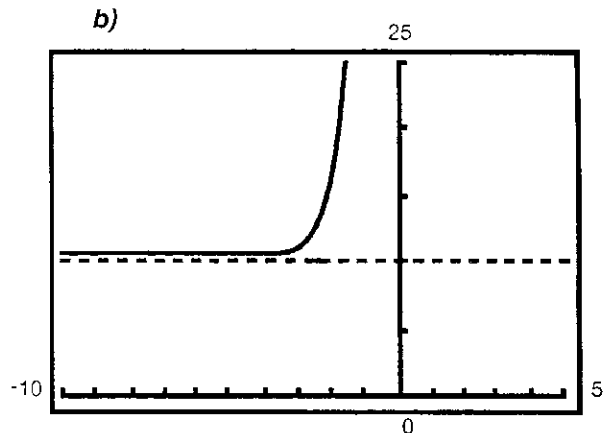


17. a)  $x = 0$     b)  $]0, +\infty[$     c)  $] -\infty, 0[$
18. a)  $] -\infty, 1]$     b)  $[3, +\infty[$     c)  $[1,5, +\infty[$
19. a) 1)  $(f \cdot g)(x) = -0,25(2)^{4x+5}$   
 2)  $(\frac{f}{g})(x) = -4(2)^{2x-5}$   
 b) min :  $\approx -8,71$   
 c) 1,5

20. a) Trois ans après sa fondation.  
 b) Quatre ans après leur fondation.

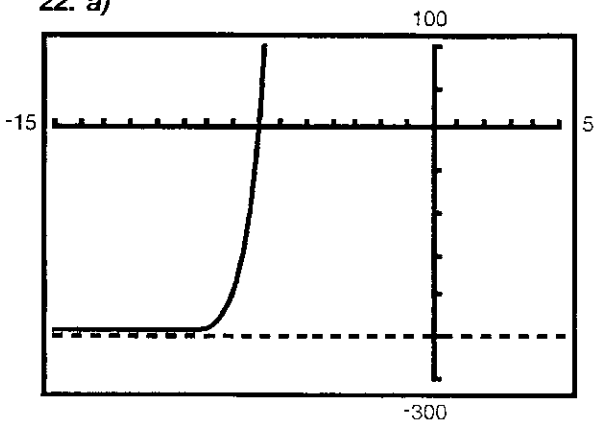
**page 361**

21. a)  $(f \circ g)(x) = 3(0,5)^{-3x-7} + 10$



- c) Dom  $(f \circ g) = \mathbb{R}$   
 Codom  $(f \circ g) = ]10, -\infty[$

22. a)

Dom  $f_1 = \mathbb{R}$ Codom  $f_1 = ]-250, +\infty[$ 

Valeur initiale : 19 531 000

Zéro : -7

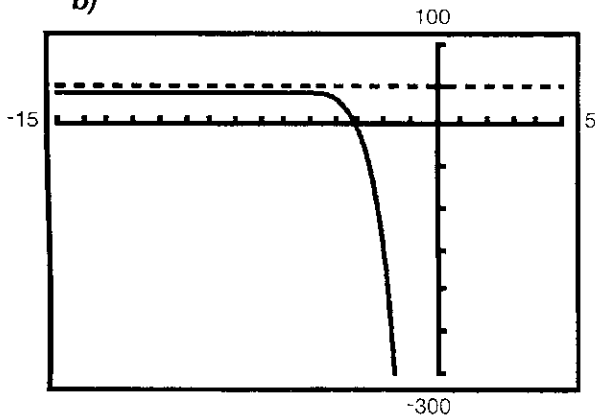
Asymptote :  $y = -250$ Signe : fonction positive sur  $[-7, +\infty[$ fonction négative sur  $]-\infty, -7]$ 

Variation : fonction toujours croissante

Réciproque : c'est une fonction  
logarithmique

$$f_1^{-1}(x) = \log_5 \left( \frac{x+250}{2} \right) - 10$$

b)

Dom  $f_2 = \mathbb{R}$ Codom  $f_2 = ]-\infty, 56[$ 

Valeur initiale : -3528

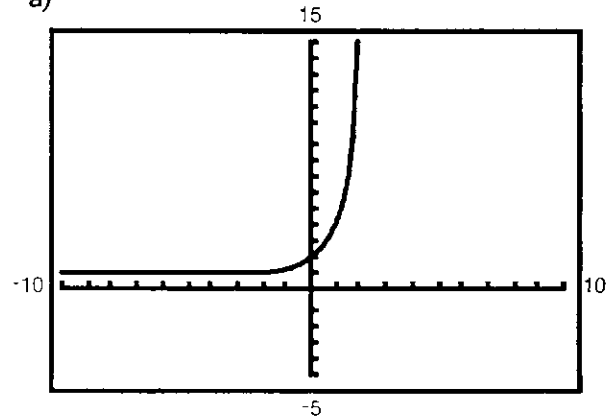
Zéro : -3

Asymptote :  $y = 56$ Signe : fonction positive sur  $[-\infty, -3]$ fonction négative sur  $]-3, +\infty[$ Variation : fonction toujours  
décroissanteRéciproque : c'est une fonction  
logarithmique

$$f_2^{-1}(x) = -\frac{1}{2} \log_{0,5} \left( \frac{x-56}{-3,5} \right) - 5$$

Forum

a)

 $f \circ f$  n'est pas une fonction exponentielle.b) 1) Si  $c > 1$ , a et b sont de même signe.Si  $0 < c < 1$ , a et b sont de signes  
contraires.2) Si  $c > 1$ , a et b sont de signes  
contraires.Si  $0 < c < 1$ , a et b sont de même  
signe.

3) a et k doivent être positifs

4) a et k doivent être négatifs.

c) Oui.

$$y = a c^{x-h} + k \rightarrow y = c^{x-h} + k$$

$$f(x) = a c^{b(x-h)} + k$$

$$f(x) = a (c^b)^{(x-h)} + k$$

nouveau  $c = c^b$ 

$$f(x) = a c^{x-h} + k$$

$$f(x) = a \left( \frac{c^b}{c^h} \right) + k$$

nouveau  $a = \frac{a}{c^h}$ 

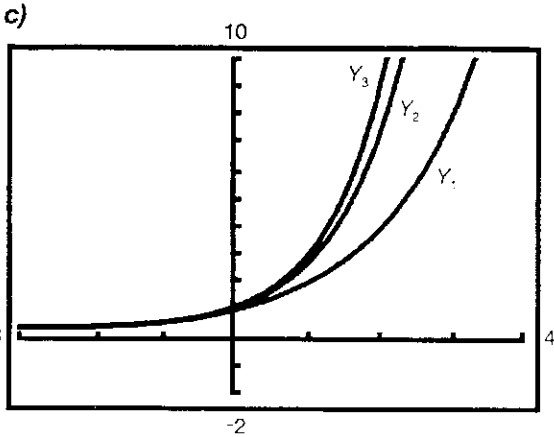
$$f(x) = a c^x + k$$

Un nombre intrigant

a) 1)  $\approx 2,718\ 280\ 469$ 2)  $\approx 2,718\ 281\ 815$ 3)  $\approx 2,718\ 281\ 828$ 

page 362

b) 1)  $\approx 0,281\ 828\ 459$ 2)  $\left(\frac{2}{3}\right)e^{-2} \approx 0,012\ 210\ 425\ 9$ 3)  $9e^8 \approx 26\ 828,621\ 88$



- d)  $f^{-1}(x) = \log_e x$   
 Dom  $f^{-1} = ]0, +\infty[$   
 Codom  $f^{-1} = \mathbb{R}$
- e)  $\ln 1 = 0$ , car  $e^0 = 1$   
 $\ln 2 = 0,693\ 147\ 06\dots$ , car  $e^{0,693\ 147\ 06\dots} = 2$   
 $\ln e = 1$ , car  $e^1 = e$   
 $\ln(7,389\ 056\ 099) = 2$ , car  $e^2 = 7,389\ 056\ 099$   
 $\ln 21 = 3,044\ 522\ 438\dots$ , car  $e^{3,044\ 522\ 438\dots} = 21$   
 $\ln 100 = 4,605\ 170\ 186\dots$ , car  $e^{4,605\ 170\ 186\dots} = 100$

**page 363**

**L'espace : une vraie poubelle!**

- a) 1) 65 watts  
 2)  $\approx 19,25$  watts
- b) Décroissante.
- c) Dom  $f = [0, 1000]$   
 Codom  $f = [\approx 2,32, 65]$
- d) 1) Après environ 207,94 jours.  
 2) Après environ 628,48 jours.

**L'élasticité du caoutchouc**

- a) La hauteur atteinte par la balle correspond à 80 % de la hauteur du bond précédent.
- b) 0,8

**page 364**

- c) Bond      Hauteur  
 0     $\rightarrow$     200  
 1     $\rightarrow$     160  
 2     $\rightarrow$     128  
 x     $\rightarrow$      $200(0,8)^x$

- d)  $g(x) = 200(0,8)^x + 100$
- e) (Autres réponses possibles.)  
 En résolvant le système  $ac^1 = 80$   
 $ac^4 = 5,12$   
 Par substitution, on a :  
 $ac^4 = ac^1 \cdot c^3 = 5,12$   
 $= 80 \cdot c^3 = 5,12$   
 $c^3 = \frac{5,12}{80}$   
 $\sqrt[3]{c^3} = \sqrt[3]{\frac{5,12}{80}}$   
 $c = 0,4$

f)  $f(x) = 200(0,4)^x$

**page 365**

Oui, allô!

- a)  $y \approx 572,442 (1,346)^x$
- b)  $\approx 4\ 571$  abonnés.

**Investissement 4**

1. (Autres réponses possibles.)  
 a)  $\approx 2$     b)  $\approx 12$     c)  $\approx 9$   
 d)  $\approx 9$     e)  $\approx \frac{1}{3}$
2. a) 1,359    b) 1,649    c) 10,043  
 d) 15,154    e) 2,303

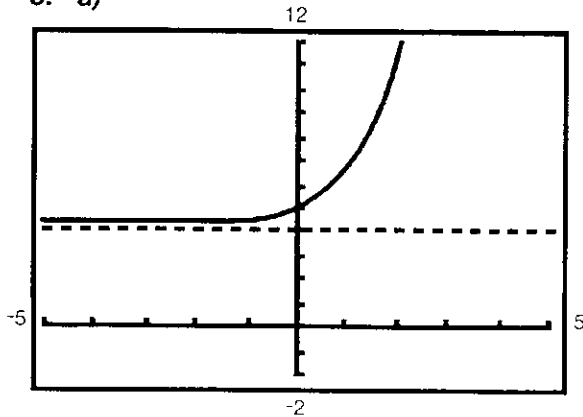
3.

	f	g	h
a)	$y = -6$	$y = 3$	$y = 8$
b) 1)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
2)	$] -6, -\infty[$	$] -\infty, 3[$	$] -\infty, 8[$
3)	$1,5e^3 - 6$ $\approx 24,13$	$-2e^{-1} + 3$ $\approx 2,26$	5
4)	fonction croissante sur $\mathbb{R}$	fonction décroissante sur $\mathbb{R}$	fonction décroissante sur $\mathbb{R}$

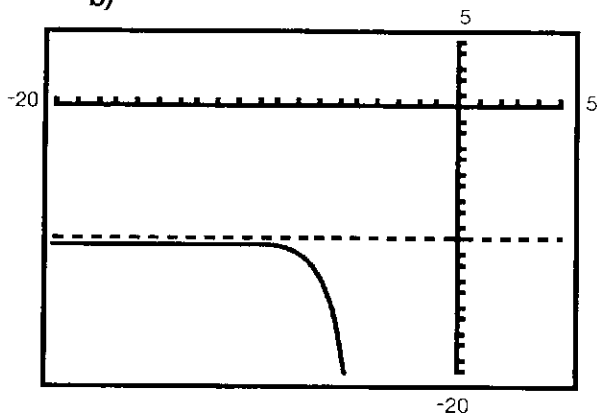
## page 366

4. a) Non. b) Oui.

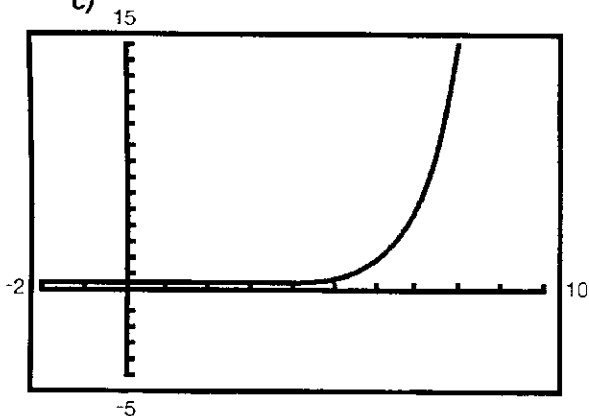
5. a)



b)



c)

6. a)  $\approx 8,47$  M\$

b) En 1994.

c)  $y = 1,4$ 7. a)  $x = 8$  b)  $x = 1$  c)  $x = -2$ 8. a)  $x = 0$  b)  $x \approx 5$  c)  $x = -1$  d)  $x = e$ 

9. a) Environ 1,596 millions de personnes.

b) Après 7 jours.

c) Les 5 premiers jours de publicité : taux moyen de 168 843 personnes par jour.

Les 5 derniers jours de publicité : taux moyen de 886 personnes par jour.

Le taux de variation des 5 premiers jours est à d'environ 190 fois le taux de variation des 5 derniers jours.

10. a)  $m = 3, n = -2$ b)  $m = 6, n = 1,5$ c)  $m = 100, n = 0,4$ 

## page 367

11. a)  $f(x) = 5(3)^x$  b)  $f(x) = -4(5)^x$ c)  $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$  ou  $f(x) = (0,75)^x$ 12. a)  $f(x) = 8(3)^x$  b)  $f(x) = -4(5)^x$ c)  $f(x) = 0,75(0,5)^x$  d)  $f(x) = -e^x$ 13.  $f(x) = 8(0,3)^x + 5$ 

14. a) 3 200 \$

b) 75 %

c) 1) 1 800 \$

2) 1 012,50 \$

3)  $\approx 180,20$  \$

## page 368

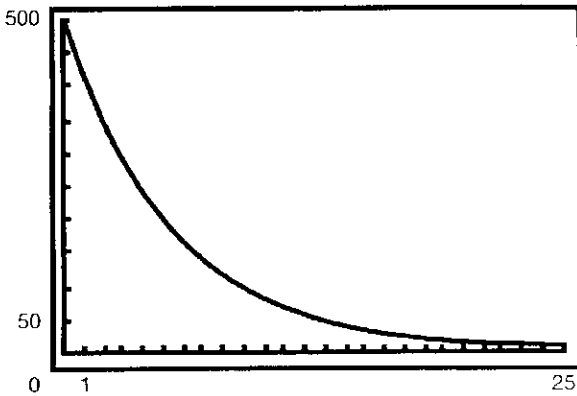
15. a)

Temps (en h)	Volume (en cm <sup>3</sup> )
0	20
1	12
2	7,2
3	4,32
4	2,592

b)  $f(x) = 20(0,6)^x$ c) Après  $\approx 5,86$  h.d) Non,  $\approx 22,54$  %.16.  $\approx 3,36$  h.17. a)  $\approx 1\,338,23$  \$ b)  $\approx 2\,025,00$  \$18. a)  $f(x) \approx 8,55 \times 10^{20}(0,9783)^x$ , où  $x$  est l'année.b)  $\approx 97$  litres/habitant

19. a)  $r = 500 \left(\frac{5}{6}\right)^n$

b) 1)



2) Environ 35 fois.

20. 1) Courbe symétrique par rapport à l'axe des  $y$ .Sommet :  $(0, 1)$ Dom =  $\mathbb{R}$ Codom =  $[1, +\infty[$ Fonction croissante sur  $[0, +\infty[$ Fonction décroissante sur  $]-\infty, 0]$ 

Aucun zéro.

Minimum : 1

Fonction strictement positive sur tout son domaine.

2) Non, car pour la même variation des abscisses, les taux de variation sont différents. De plus, leur variation n'est pas régulière.

## Forum

- a) 1) 1,25                      2) 1,25  
 b)  $(1,25)^5$  ou  $\approx 1,0456$   
 c) 1) 10 ans    2) 1 an    3) 1 mois  
 d) 1) 12,5 mg/m<sup>3</sup>  
 2)  $\approx 13,667$  mg/m<sup>3</sup>  
 3)  $\approx 9,283$  mg/m<sup>3</sup>

## Maîtrise 5

- B** 1.  $0,24^4 \approx 0$ ;  $1,8^4 \approx 10,5$ ;  $0,42^4 \approx 0,03$ ;  
 $1,6^4 \approx 6,55$ ;  $0,84^4 \approx 0,5$ ;  $0,38^4 \approx 0,02$
- B** 2. a) 1100    b) -9,9    c) 0,012    d)  $\frac{1}{10\,010}$
- B** 3. (Réponses personnelles.)  
 Voici les réponses exactes :  
 a) 0,875                      b)  $\approx 3,947$   
 c) 1,025                      d) 3,51  
 e)  $\approx 13,695$                 f) 8,46  
 g) 0,729                      h)  $\approx 14,583$
- B** 4. a)  $\frac{1}{100}$                       b)  $\frac{9}{625}$   
 c)  $\frac{1}{8}$                               d)  $\frac{243}{32}$
- B** 5. (Autres réponses possibles.)  
 a) 92 \$    b) 506 \$    c) 38 \$    d) 660 \$
- B** 6. (Autres réponses possibles.)  
 a)  $\approx 27$     b)  $\approx 55$     c)  $\approx 450$   
 d)  $\approx 160$     e)  $\approx 40$     f)  $\approx 60$
- B** 7. a)  $\approx 21$  \$                      b) 1,08 \$  
 c)  $\approx 14$  \$                        d) 104,50 \$
- B** 8. 7 mécaniciens.

- B** 9. a) Faux.    b) Vrai.    c) Vrai.  
 d) Faux.    e) Faux.    f) Faux.  
 g) Faux.    h) Vrai.    i) Faux.
- B** 10. a)  $3^3$     b)  $\frac{1}{7^{12}}$     c)  $-3^{11}$
- B** 11. (Autres réponses possibles.)  
 a)  $\frac{16a^3}{3^3}$  ( $a \neq 0$ )                b)  $a^7$  ( $a \neq 0$ )  
 c)  $b^c + a^3b + 2^{\frac{c}{2}} ab^3$  ( $a \neq 0$  et  $b \neq 0$ )  
 d)  $\frac{a^{6b-2}}{4}$  ( $a \neq 0$ )                e)  $a$  ( $a \neq 0$  et  $b \neq 0$ )  
 f)  $3a^2b$  ( $a \neq 4b^3$ )
- B** 12. a)  $\log_7 49 = 2$                       b)  $\log_{0,5} b = a$   
 c)  $3^4 = 81$                                 d)  $\ln 50 = x$

e)  $0,25^a = b$       f)  $\log_s r = x$

g)  $n^w = v$       h)  $e^x = x$

**B** 13. a)  $a^6 = b$       b)  $a^{\frac{1}{2}} = b$

c)  $a^{\frac{1}{6}} = b$       d)  $a^{-1} = b$

**B** 14. a) Faux.    b) Vrai.    c) Vrai.    d) Faux.

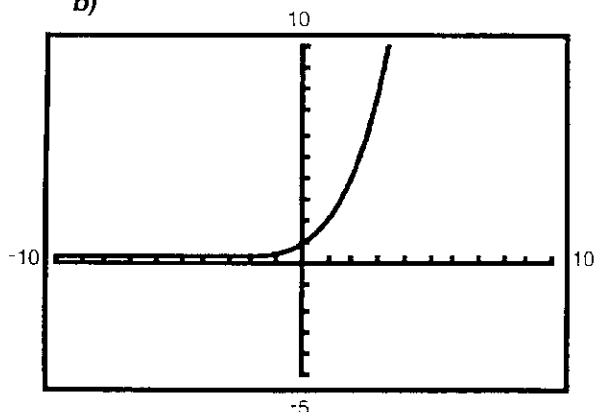
**B** 15. a) 1,25    b) 0,45    c) 0,75

**page 373**

d) 2      e) 0,4      f) 1,5

**B** 16. a)  $n = 2^x$  pour  $x \geq 1$

b)



c)  $\approx 190$  ml

**B** 17. a)  $Y_1 = 0,99^x \rightarrow f$

$Y_2 = 1^x \rightarrow g$

$Y_3 = (1,01)^x \rightarrow h$

b) (Autres réponses possibles.)

$$\frac{g(x+2) - g(x+1)}{g(x+1) - g(x)} = \frac{0}{0}$$

(forme indéterminée)  $\Rightarrow$  on ne peut pas prendre 1 comme base.

c) (Autres réponses possibles.)

$y = (1,005)^x$

**B** 18. a) Non.    b) Oui.    c) Non.    d) Non.

**B** 19. a)  $Y_1$  : fonction cubique.

$Y_2$  : fonction exponentielle.

$Y_3$  : fonction quadratique.

b) (Autres réponses possibles.)

1) Les variations des variations unitaires montrent une même constante.

2) Les variations des variations des variations unitaires montrent une même constante.

3) Le quotient de deux taux de variation consécutifs est constant.

$$\frac{f(x+2) - f(x+1)}{f(x+1) - f(x)} = \text{base}$$

**page 374**

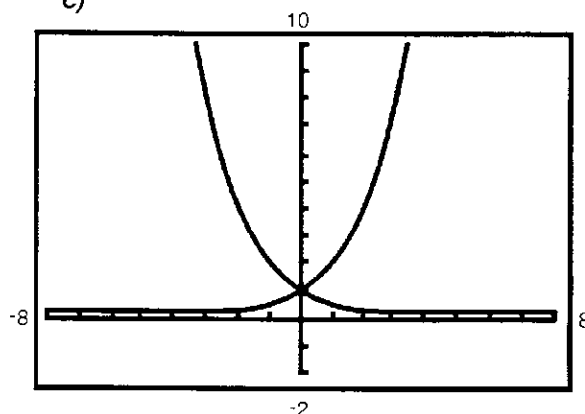
**B** 20. a)

Nombre de pliages	0	1	2	3	4	5	6	...	x
Nombre d'épaisseurs de feuille	1	2	4	8	16	32	64	...	$2^x$

Nombre de pliages	0	1	2	3	4	5	6	...	x
Fraction de l'aire initiale	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	...	$(\frac{1}{2})^x$

b) 1)  $y = 2^x$       2)  $y = (\frac{1}{2})^x$

c)



d) Réflexion par rapport à l'axe des ordonnées ( $\mathcal{A}_y$ ).

**B** 21. a)  $f(-0,1) = \text{«ERROR»}$

$f(0) = 1$

$f(0,1) = \text{«ERROR»}$

$f(0,2) \approx -1,149$

$f(0,3) = \text{«ERROR»}$

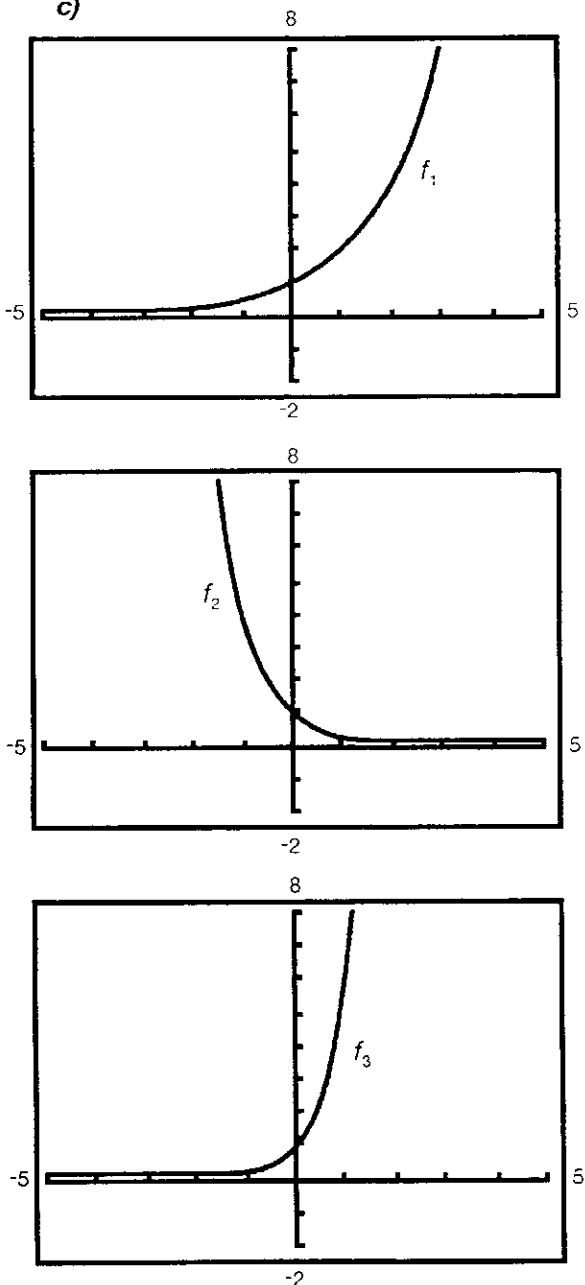
b) La fonction  $f$  est discontinue, c'est-à-dire que, pour une infinité de valeurs de la variable indépendante, elle n'est pas définie.

**B** 22. a)  $y = 0$

b)

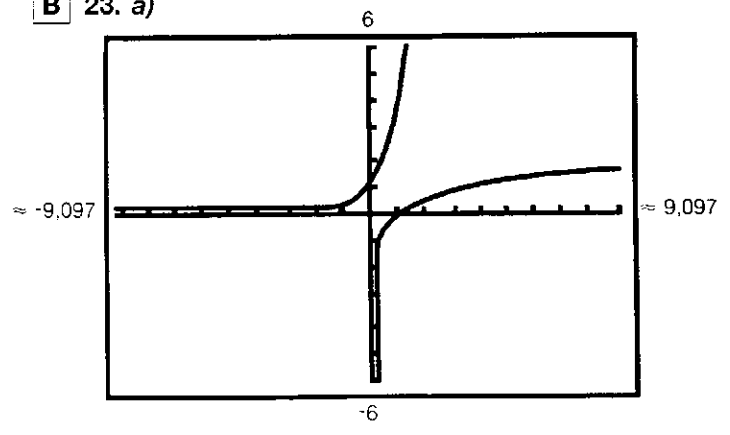
x	$f_1$	$f_2$	$f_3$
-1	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{6}$
0	1	1	1
1	2	$\frac{1}{4}$	6

c)

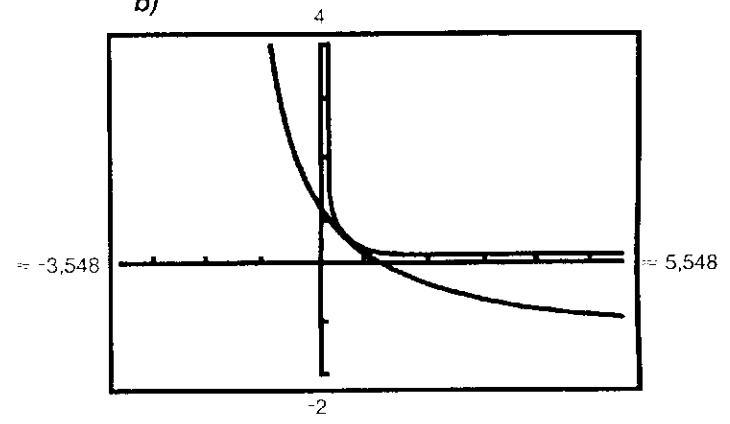


d) Dom =  $\mathbb{R}$   
 Codom =  $]0, +\infty[$  ou  $\mathbb{R}^*$

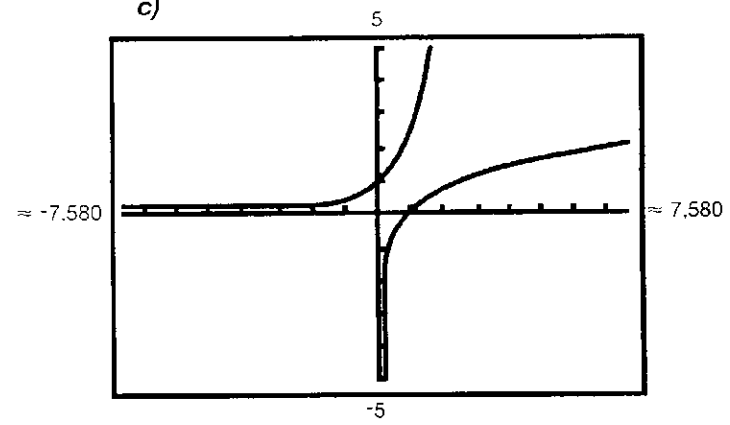
**B** 23. a)



b)



c)

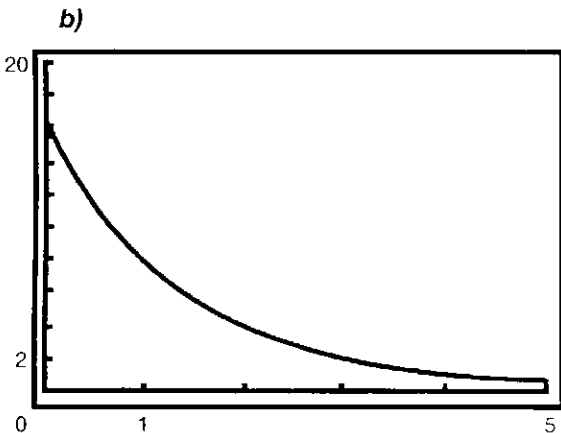


**page 375**

**B** 24. a)  $]-\infty, 0[$       b)  $]0, +\infty[$   
 c)  $[0, \approx 1,44]$       d)  $]-\infty, 0] \cup [\approx 1,44, +\infty[$

**B** 25. a)

X	Y <sub>1</sub>
1	16
2	8
3	4
4	2
5	1
6	0,5
7	0,25



c) 7 cercles.

**B** 26. a)  $f(x) = 45^x$

b)  $f(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x$

c)  $f(x) = 5^x$

d)  $f(x) = 11^x$

**B** 27. a) Année 3 : 20,78; 20,78; 280,49.

Année 4 :  $280,49 = 360,49$ ;

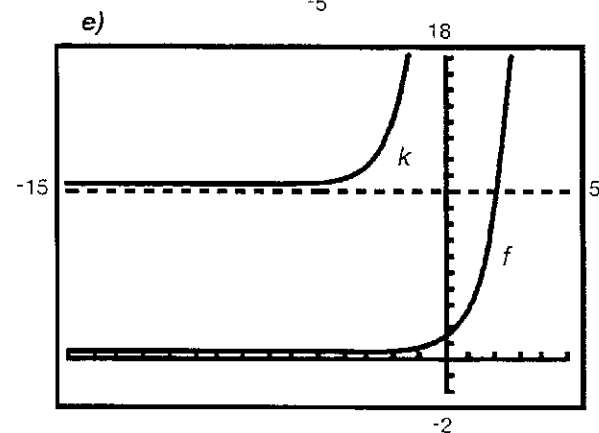
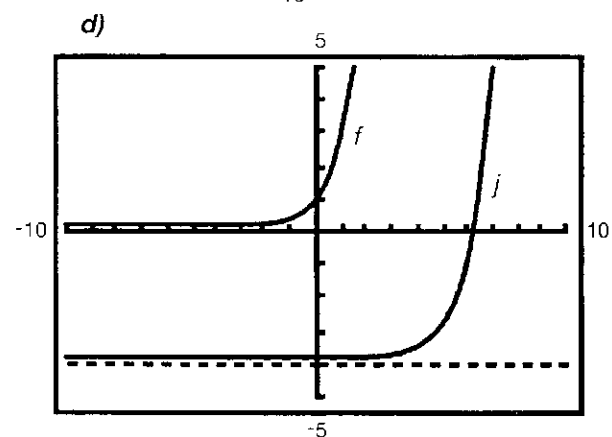
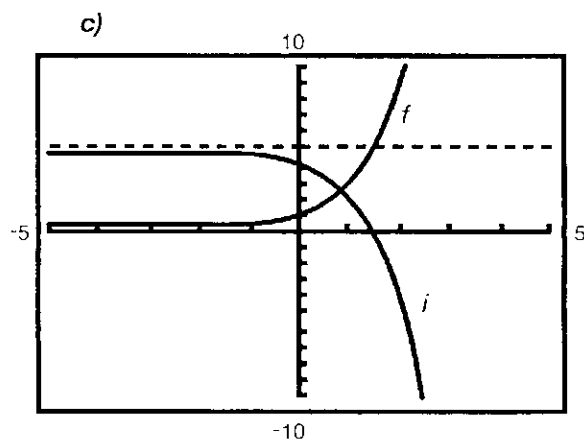
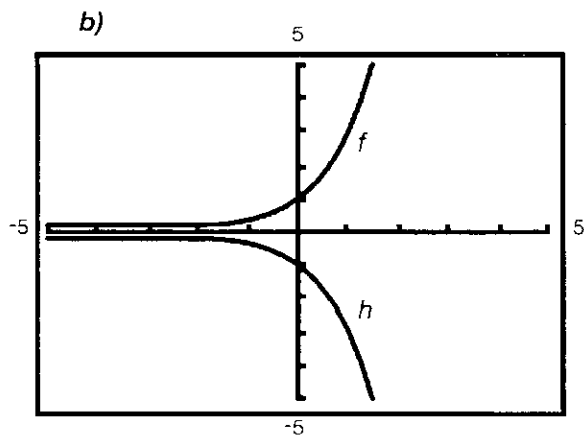
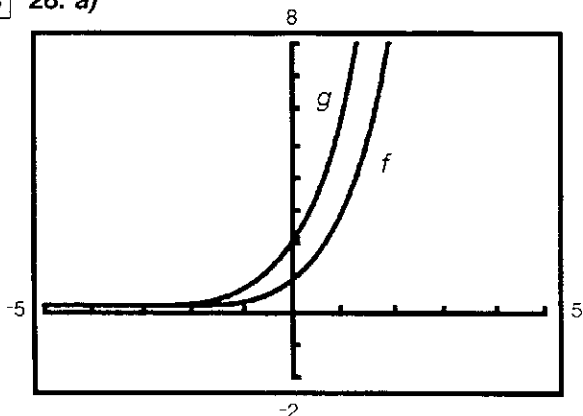
$360,49 \times 0,08 = 28,84$ ;

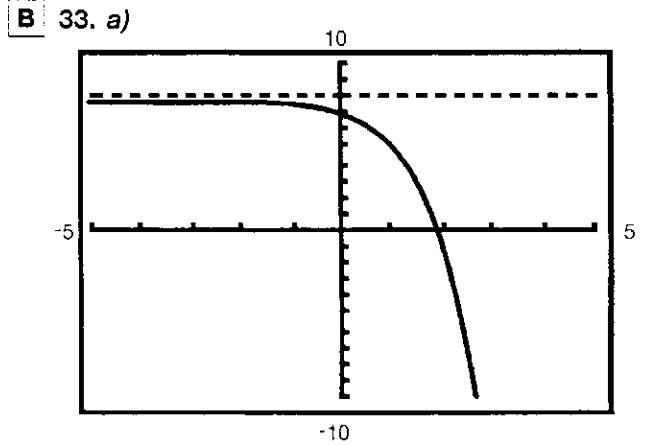
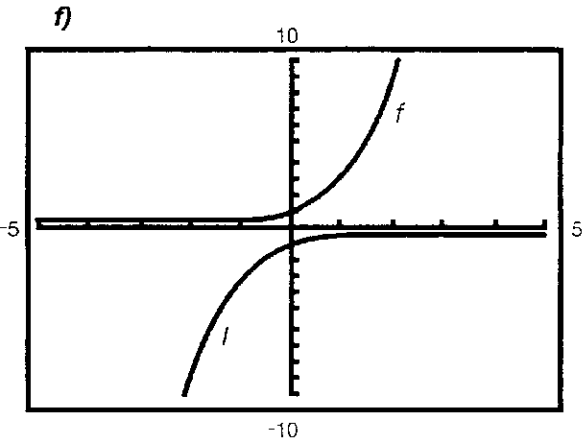
$360,49 + 28,84 = 389,33$ .

**page 376**

b)  $389,33 \approx \frac{80((1,08)^4 - 1)(1,08)}{0,08}$

**B** 28. a)

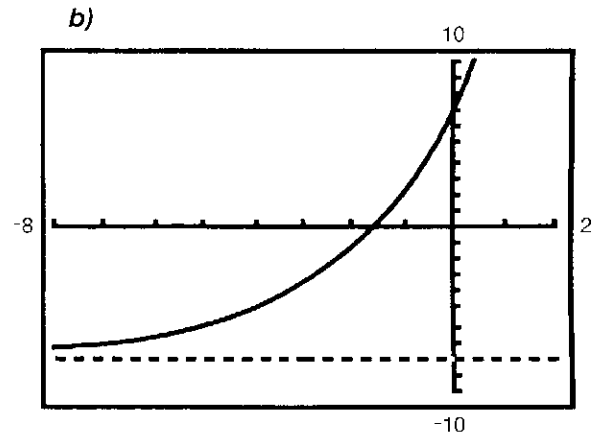




B 29. Le paramètre **a** multiplie chaque valeur de la variable dépendante de la fonction (changement d'échelle vertical) et ne modifie pas la position de l'asymptote, qui demeure l'axe des abscisses.

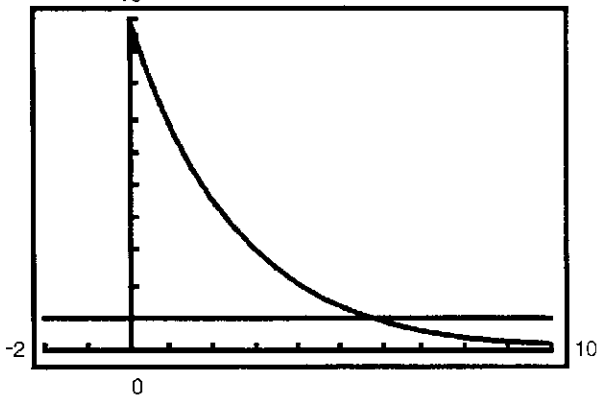
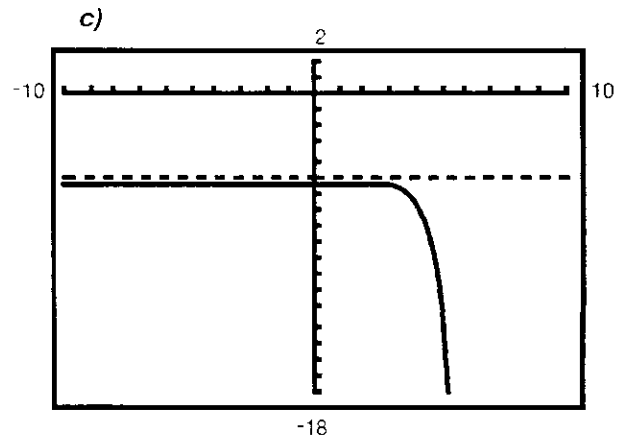
Le paramètre **b** ne modifie que la valeur de la variable indépendante de la fonction et provoque un changement d'échelle horizontal.

Le paramètre **h** ne modifie que la valeur de la variable indépendante de la fonction et provoque une translation horizontale.

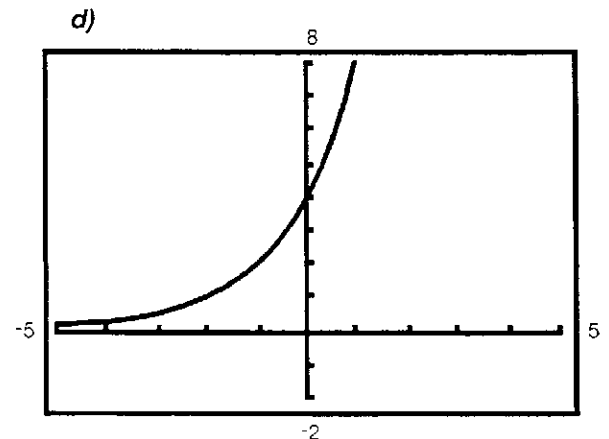


B 30. a)  $t_{(-3, 10)}$       b)  $t_{(4, 7)}$   
 c)  $t_{(-1, -5)}$

V 31. a) 10 m  
 b) c) 10



d) 6 coupes.

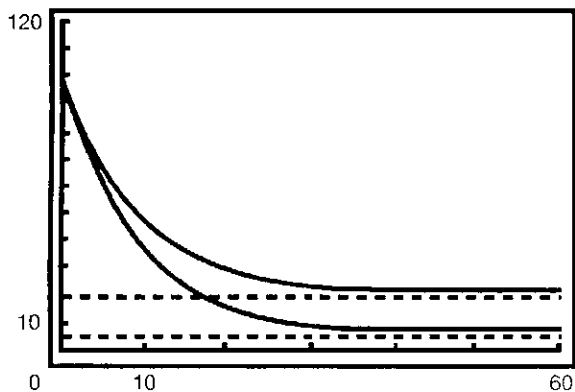


B 32.

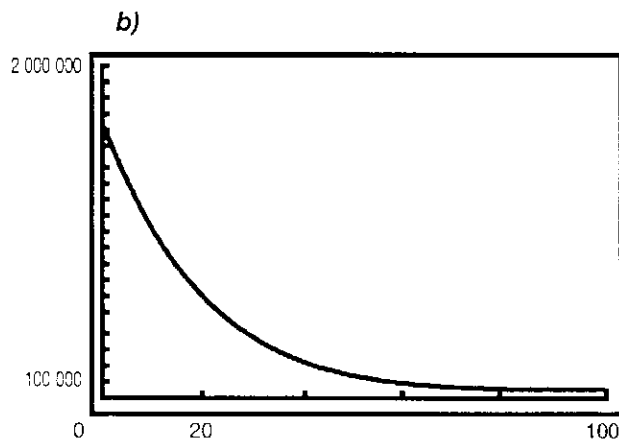
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$
a) Codomaine	$]14, +\infty[$	$] -\infty, 0[$	$] -\infty, 0[$	$]1, +\infty[$
b) Variation	fonction croissante	fonction décroissante	fonction décroissante	fonction décroissante
c) Zéro	non	non	non	non
d) Ordonnée à l'origine	17	-6561	-1	2

**B** 34. a) b)

	Codomaine	Asymptote à la courbe
$f_1$	$]-12, +\infty[$	$y = -12$
$f_2$	$]-8, +\infty[$	$y = -8$
$f_3$	$]-\infty, 1[$	$y = 1$
$f_4$	$]0, +\infty[$	$y = 0$

**V** 35. a)

b) (0, 100)

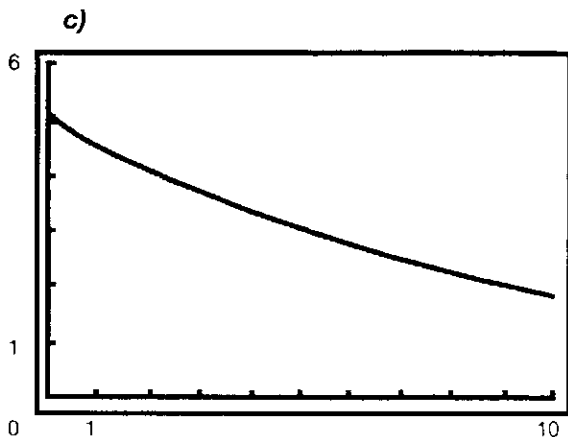
c)  $y = 20$  et  $y = 5$ d)  $\approx 9,77$  °C**N** 36.  $\approx 14,344$ **B** 37. a)  $x = -5$  b)  $x = -7$  c)  $x = 5$ d)  $x = 6$  e)  $x = -3$  f)  $x = -\frac{5}{2}$ g)  $x = -3$  ou  $x = 3$  h)  $x = -3$  ou  $x = 2$ i)  $x = -1$  ou  $x = 4$ **R** 38.  $a = 1$ **R** 39.  $m = 0$ **R** 40. a)  $x = -3$  ou  $x = -2$  ou  $x = 1$  ou  $x = 5$ b)  $x = -2$  ou  $x = 0$ **V** 41. a)  $f(x) = 1,68 \times 10^6 (0,95)^x$ c) Dom  $f = [0, +\infty[$ Codom  $f = ]0, 1,68 \times 10^6]$ 

d) 1 440 390 l

e)  $\approx 4,5$  min**B** 42. a)  $]-\infty, -1[$  b)  $]-2, 0[$ **V** 43. a) Dégradation du technécium

$t$ (en h)	$Q$ (en g)
0	5
1	$\approx 4,5242$
2	$\approx 4,0937$
3	$\approx 3,7041$
4	$\approx 3,3516$
5	$\approx 3,0327$
6	$\approx 2,7441$
7	$\approx 2,4829$
8	$\approx 2,2466$
9	$\approx 2,0328$
10	$\approx 1,8394$

b)  $\approx 6,93$  h



Dom  $Q = \mathbb{R}$

Codom  $Q = ]0, +\infty[$

Valeur initiale : 5

Aucun zéro.

Fonction décroissante sur  $\mathbb{R}$

Fonction positive sur  $\mathbb{R}$

Extremum : aucun

Asymptote :  $y = 0$

**page 379**

**B** 44. a) Impossible.

b)  $x = \pm\sqrt{10} \Rightarrow x \approx 3,16$  ou  $x \approx -3,16$

c)  $x = 11$

**B** 45. a) La courbe A.

b) -3

c) (Autres réponses possibles.)

$\{(-3, 0), (-4, 1), (-1, -1)\}$

d) (-5, -5)

**B** 46. a) Oui, car la courbe d'une fonction et celle de sa réciproque sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $y = x$ . Le point d'intersection, s'il existe, se retrouve donc sur cette droite.

b) (3,12, 3,12)

c) (Autres réponses possibles.)

$y = 2^x$

**B** 47. a)  $\approx 1,648\ 437\ 5$

b)  $e^{0,5} \approx 1,648\ 721\ 271$

Il y a une différence d'environ 0,000 283 77.

**B** 48.  $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$   
 $= ((2^x + 2^{-x}) - (2^x - 2^{-x}))((2^x + 2^{-x}) + (2^x - 2^{-x}))$   
 $= (2^{-x} + 2^{-x})(2^x + 2^x)$   
 $= (2(2^{-x}))(2(2^x))$   
 $= 4$

**page 380**

**R** 49. a) (Autres réponses possibles.)

La colonne  $Y_1$  montre les puissances de 3.

b) Chaque nombre de la colonne  $Y_2$  est égal à la somme du nombre placé vis-à-vis de lui dans la colonne  $Y_1$  et des valeurs précédentes de  $Y_1$ .

c) (Travail à la calculatrice.)

d) 55 987

**V** 50. a)  $y = 2^{n-1}$

b) 1 073 741 823 grains.

c) 9 223 372 037 m<sup>3</sup>

**B** 51. a)  $f(x) = 6(3)^x$       b)  $f(x) = (0,8)^x$

c)  $f(x) = -4(1,25)^x$

**R** 52. a)  $\frac{f(x_2)}{f(x_1)} = \frac{ac^{x_2}}{ac^{x_1}} = c^{x_2-x_1}$

$\left(\frac{f(x_2)}{f(x_1)}\right)^{\frac{1}{x_2-x_1}} = (c^{x_2-x_1})^{\frac{1}{x_2-x_1}} = c$

b)

```

PROGRAM:FACTEUR
:Input L1
:Input L2
:(L2(1)-L1(1)) * J
:(L2(2)-L1(2)) * N
:L1(2) / (N^L1(1))
→A
:Disp "A=", A, "C="
", N
    
```

**page 381**

**B** 53.  $s(x) = 4(1,5)^x$   
 $r(x) = 4(1,5)^{x+4}$  ou  $r(x) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{x-4}$

**B** 54. a)  $f(x) = 8\ 000(0,85)^x$  pour  $x \in [0, 6]$

b)  $\approx 3\ 017,20$  \$

c) En 1980.

**B** 55. a)  $x > 3$

b)  $x > -4$

c)  $x > -\frac{1}{2}$

**R** 56. a)  $c > 1$

b)  $0 < c < 1$

**B** 57. a) 1)  $f \circ g(x) = 3(2)^{-2x-8} + 2$

2)  $g \circ f(x) = -6(2)^{x+5} - 1$

b)  $\text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$

$\text{Codom}(f \circ g) = ]2, +\infty[$

$\text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R}$

$\text{Codom}(g \circ f) = ]-\infty, -1[$

## page 382

**B** 58. a) 1)  $(f + g)(x) = 0,5^x - 3(0,5)^{x+2} = \frac{1}{4}(0,5)^x$

2)  $(f - g)(x) = 0,5^x + 3(0,5)^{x+2} = \frac{7}{4}(0,5)^x$

3)  $(f \cdot g)(x) = -3(0,5)^{2x+2}$

4)  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = -\frac{1}{3}(0,5)^{-2} = -\frac{4}{3}$

b)  $f + g, f - g$  et  $f \cdot g$

**V** 59. a)  $\approx 7,68$  milliards d'habitants.

b) En 2078.

**V** 60.  $\frac{7\,987\,458}{34\,659\,947} \approx 0,23 \Rightarrow 23\%$  de la population canadienne.

## page 383

**V** 61. a) Quotidien :  $V = 1 \left(1 + \frac{1}{365}\right)^{365}$ ; 2,714 57 \$

Horaire : 8 760;  $V = 1 \left(1 + \frac{1}{8760}\right)^{8760}$ ; 2,718 127 \$

Chaque seconde : 31 536 000;

$V = 1 \left(1 + \frac{1}{31\,536\,000}\right)^{31\,536\,000}$ ; 2,718 282 \$

b) La valeur augmente lorsque le nombre de capitalisations augmente.

c) Vers  $e$  ( $\approx 2,72$ ).

d)  $\approx 1,98$  \$

e) 1) 6 468,57 \$

2) 6 411,22 \$

## page 384

**V** 62. Soit  $M$  le montant d'argent placé et  $y$  le montant d'argent résultant (montant initial additionné des intérêts).

a) Taux d'intérêt de 6 % composé annuellement pendant deux ans.

$$y_1 = 1,1236M \text{ et } y_2 = 1,12M \Rightarrow y_1 > y_2$$

b) Aucune option n'est plus avantageuse.

$$y_1 = 1,1556M \text{ et } y_2 = 1,1556M \Rightarrow y_1 = y_2$$

c) Aucune option n'est plus avantageuse.

$$y_1 = 1,06M \text{ et } y_2 = 2,12\left(\frac{M}{2}\right) \Rightarrow y_1 = y_2$$

d) Taux d'intérêt de 3 % pendant 8 ans, si l'on tient compte de la somme amassée; 8 % pendant 3 ans, si l'on tient compte du rendement moyen.

$$y_1 = 1,2668M \text{ et } y_2 = 1,2597M \Rightarrow y_1 > y_2$$

**V** 63. a)  $10^6$  fois.

b)  $10^{12}$  fois.

c)  $\approx 105\,699$  années

## page 385

**V** 64. a) 1)  $Q(x) = 85(0,9)^x$

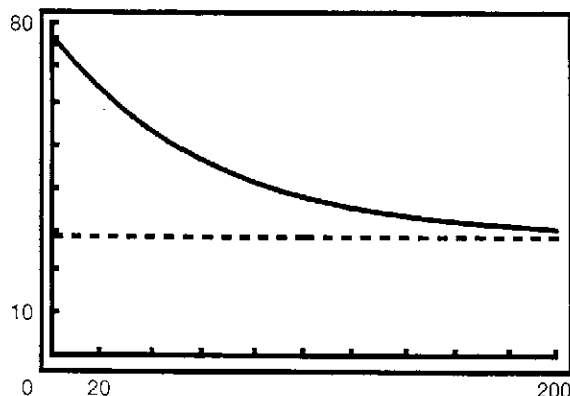
2)  $R(x) = 85(0,9)^{2x}$ , où  $x$  est le nombre de demi-heures

b) Impossible.

**V** 65. a)  $(T_1 - T_2) \approx 49,2668(0,9843)^t$

b)  $T_1 \approx 49,2668(0,9843)^t + 28$

c)

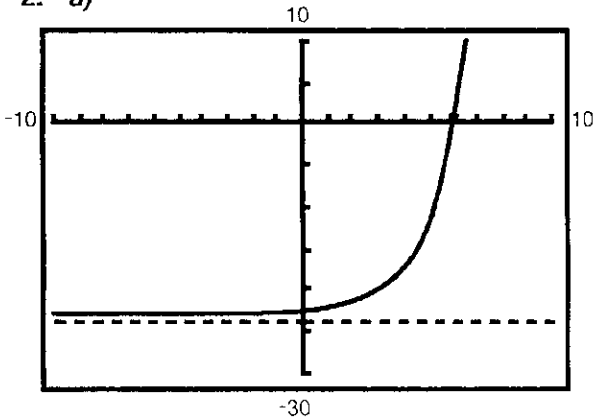


## page 386

## Capsule d'évaluation 5

1. a) 1,5    b) 3

2. a)



b) Dom  $f = \mathbb{R}$

Codom  $f = ]-24, +\infty[$

c)  $y = -24$

d) 6

e)  $f(x) \leq 0$  pour  $x \in ]-\infty, 6]$

$f(x) \geq 0$  pour  $x \in [6, +\infty[$

3. a) Dom  $f = [0, 5]$

Codom  $f = [1\ 320\ 000, 20\ 648\ 274]$

b)  $\approx 3\ 965\ 500$

c)  $\approx 19\ 328\ 274$

d)  $y = 0$

4. a)  $\left\{\frac{-4}{5}\right\}$     b)  $\left\{\frac{1}{3}\right\}$     c)  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

5. a)  $f(x) = 40(0,9)^x$

b) Dom  $f = [0, 6]$

Codom  $f = [21,258, 40]$

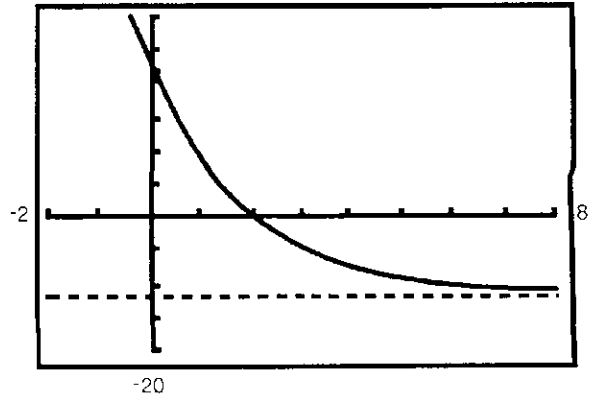
## page 387

6. a)  $g(x) = 240(1,2)^x$

b) Dans environ 7,83 années.

7. a)  $f(x) = 35(0,6)^x - 12$

b)



8. (Autres réponses possibles.)

a) 1)  $f_1(n) = 5\ 000 (1 + 0,06)^n$ , où  $n$  représente le nombre d'années.

2)  $f_2(n) = 5\ 000 \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12n}$ , où  $n$  représente le nombre d'années.

b) Changement d'échelle vertical de facteur 2.

## page 388

## Scissiparité des bactéries

a) 1 024 bactéries.

b) Dans 16 h.

c)  $x = 2^y$

d) La variable  $y$  est l'exposant qu'on doit donner à 2 pour obtenir  $x$ .

e)  $y = \log_2 x$

## page 389

f) 1) Pour  $c > 1$  : plus la base est grande, plus la courbe s'approche de l'axe des abscisses.Pour  $0 < c < 1$  : plus la base tend vers 0, plus la courbe s'approche de l'axe des abscisses.

2) 1, car  $\log_c x = 0 \Leftrightarrow c^0 = x$   
 $\Leftrightarrow x = 1$

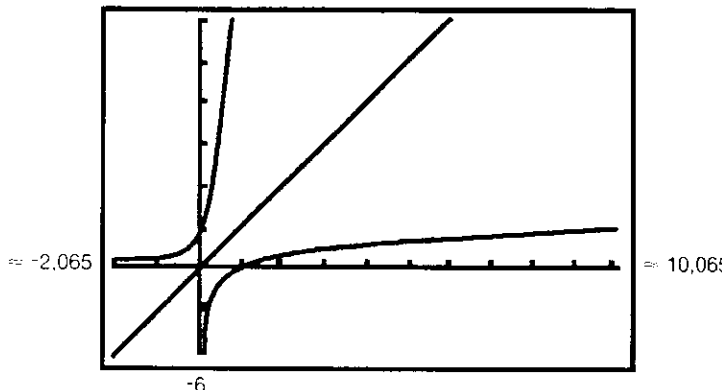
3)  $f(c) = \log_c c$        $f\left(\frac{1}{c}\right) = \log_c \left(\frac{1}{c}\right)$   
 $y = \log_c c$        $y = \log_c \left(\frac{1}{c}\right)$   
 $c^y = c$        $c^y = \frac{1}{c}$   
 $y = 1$        $c^y = c^{-1}$   
 $f(c) = 1$        $c^y = c^{-1}$   
 $y = -1$   
 $f\left(\frac{1}{c}\right) = -1$

4) Non, il n'est pas possible de trouver un exposant  $f(x)$  tel que  $c^{f(x)} = 0$ .

5) Domaine :  $]0, +\infty[$   
 Codomaine :  $\mathbb{R}$

b) Le domaine et le codomaine de l'une sont le codomaine et le domaine de l'autre.

c) d)  $\frac{6}{6}$



**page 390**

- g) Graphique : • asymptotique à l'axe des ordonnées ( $x = 0$ ).  
 • La courbe passe par  $(c, 1)$  et  $\left(\frac{1}{c}, -1\right)$ .

Domaine :  $]0, +\infty[$   
 Codomaine :  $\mathbb{R}$   
 Zéro : 1

Extremum : aucun.

Signe : • Si  $c > 1 \Rightarrow$  négative sur  $]0, 1[$  et positive sur  $[1, +\infty[$ .

• Si  $0 < c < 1 \Rightarrow$  négative sur  $[1, +\infty[$  et positive sur  $]0, 1[$ .

Variation : Si  $c > 1$  : croissante sur le domaine.

Si  $0 < c < 1$  : décroissante sur le domaine.

Réciproque : La réciproque est une fonction exponentielle définie par la règle  $f(x) = c^x$ .

2. a)  $\log_2 32 = 5$       b)  $\log_{12} 144 = 2$   
 c)  $\log 0,001 = -3$       d)  $\ln \frac{1}{e} = -1$   
 e)  $\log_2 \left(\frac{1}{8}\right) = -3$       f)  $\log_5 625 = 4$   
 g)  $\log 1 = 0$       h)  $\log_3 3 = 1$
3. a) 3      b) 2      c) 1      d) 3  
 e) -4      f) 2      g) -2      h) 0

**page 391**

4. a)  $4^3 = 64$       b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$   
 c)  $10^2 = 100$       d)  $2^{-4} = \frac{1}{16}$   
 e)  $e^3 = e^3$       f)  $c^b = a + 1$
5. a)  $\log_8 512 = 3; 3$       b)  $\log_{0,3} 243 = -5; -5$   
 c)  $\log_4 16 = 2; 4$       d)  $\log_{0,5} 8 = -3; 8$
6. a) 7      b)  $\frac{3}{2}$       c)  $\frac{1}{81}$   
 d)  $\sqrt[5]{5}$       e) 3      f)  $e^{-3} \approx 0,050$
7. a) 0,699      b) 1,699      c) -0,903      d) 0,497  
 e) 0,693      f) 1,609      g) -2,303      h) 0,572
8. (Autres réponses possibles.)  
 a) Vrai, car un exposant peut être négatif.  
 b) Faux, car une puissance d'une base positive ne peut pas être négative.  
 c) Vrai, car  $f(c) = \log_c c = 1 \Leftrightarrow c^1 = c$ .  
 d) Faux, si  $f(0) = 1 \Leftrightarrow \log_c 0 = 1 \Leftrightarrow 0 = c^1 \Leftrightarrow 0 = c$   
 ce qui est impossible, car  $c \neq 0$ .

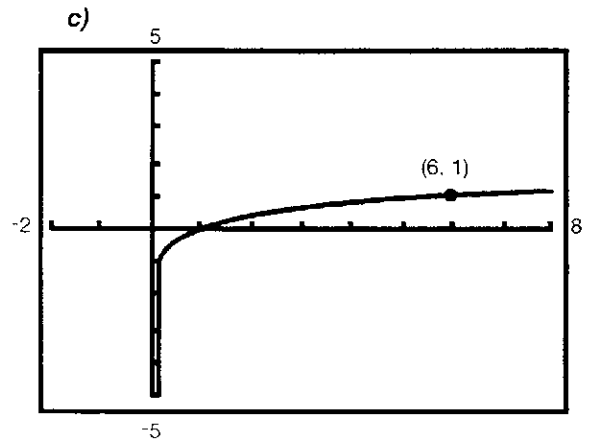
**Investissement 5**

1. a)

x	$y = 10^x$
-2	0,01
-1	0,1
0	1
1	10
2	100

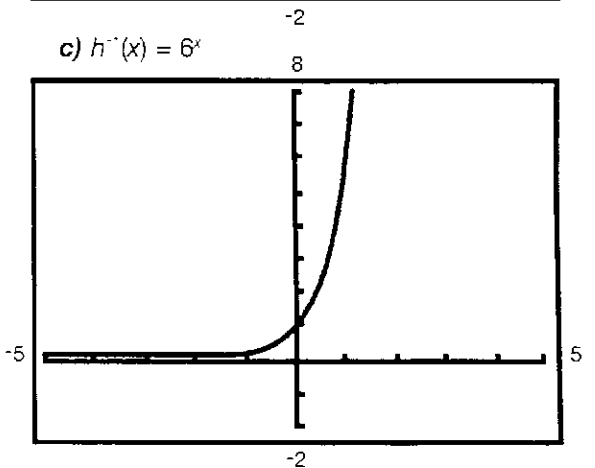
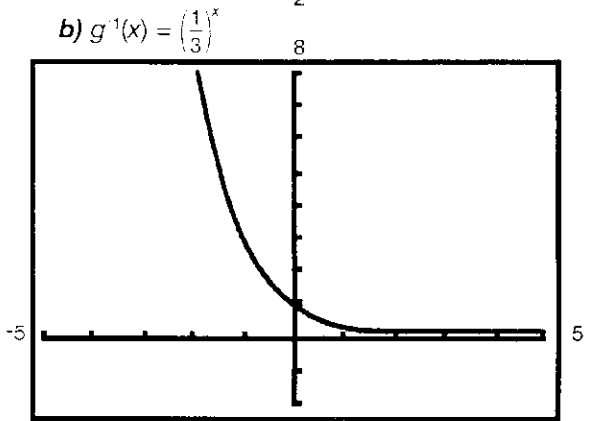
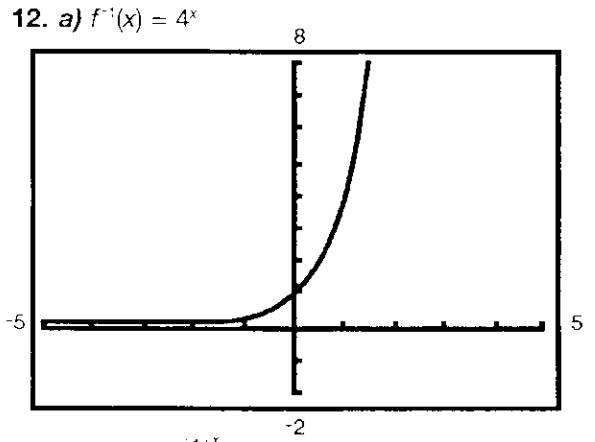
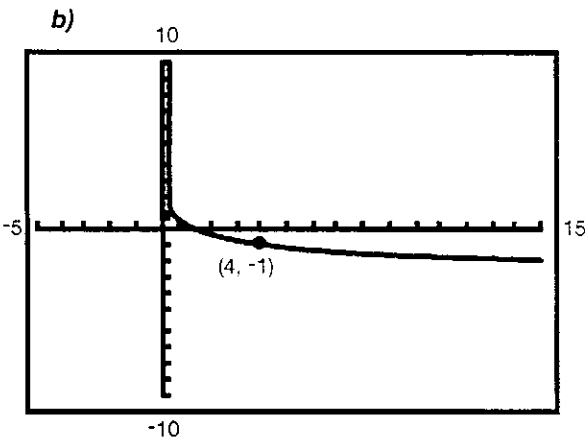
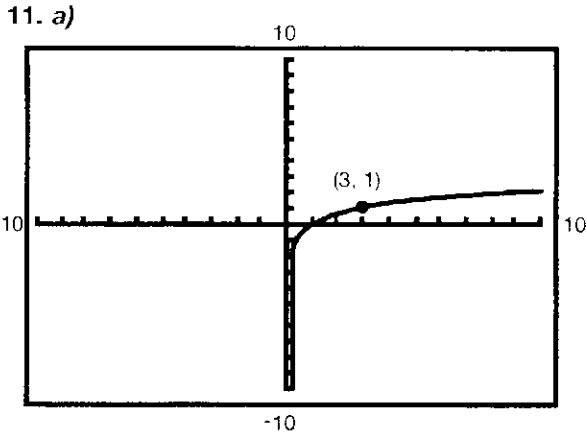
x	$y = \log x$
0,01	-2
0,1	-1
1	0
10	1
100	2

9.		<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>
a)	Variation	fonction croissante	fonction croissante	fonction décroissante	fonction croissante
b)	Domaine	$]0, +\infty[$	$]0, +\infty[$	$]0, +\infty[$	$]0, +\infty[$
	Codomaine	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
c)	Zéro	1	1	1	1
d)	$f\left(\frac{1}{c}\right)$	-1	-1	-1	-1
	$f(c)$	1	1	1	1
e)	Équation de l'asymptote	$x = 0$	$x = 0$	$x = 0$	$x = 0$



**page 392**

10. a)  $c = 5$    b)  $c = 7$    c)  $c = 0,75$   
 d)  $c = \frac{5}{2}$    e)  $c = 2$    f)  $c = \frac{1}{8}$



## Forum

a) 1) Pour  $a > 0$  et  $a \neq 1$ ,  $a = b$  ou  $a = \frac{1}{b}$ .

2)  $a > 1 \Rightarrow b > 1$

$0 < a < 1 \Rightarrow 0 < b < 1$

b) (Réponses personnelles.)

c) (Autres démarches possibles.)

$\log_2 50 = x \Rightarrow 2^x = 50$

$2^x = 10^{1.699}$

$2^x = (2^{3.322})^{1.699}$

$2^x = 2^{5.644\ 073}$

$\log_2 50 \approx 5.644$

## page 393

## Simplification des calculs astronomiques

## Loi fondamentale

a) Par définition de logarithme, on a :

$c^{\log_c m} = m \Leftrightarrow \log_c m = \log_c m.$

## Loi du logarithme d'un produit

b)  $\log 32 = \log 4 + \log 8$

c) 1)  $\log 2 + \log 32$

2)  $\log 4 + \log 16$

3)  $\log 2 + \log 4 + \log 8$

d) 1) Faux.

2) Vrai.

3) Faux.

4) Vrai.

## page 394

e) • loi fondamentale des logarithmes :

$c^{\log_c m} = m;$

• produit de puissances de même base :

$c^m \cdot c^n = c^{m+n};$

• égalité de deux puissances de même base entraîne l'égalité des exposants :

$c^m = c^n \Rightarrow m = n.$

f)  $\approx 6,322$

## Loi du logarithme d'un quotient

g)  $\log 32 - \log 8$

h) 1)  $\log 8 - \log 4$       2)  $\log 64 - \log 32$

i)  $\approx -0,602\ 06$

j) 1)  $\log(6.25)$   
 $\log(25) - \log(4)$   
 $.7958800173$   
 $.7958800173$

2)  $\ln(10/3)$   
 $\ln(10) - \ln(3)$   
 $1.203972804$   
 $1.203972804$

k) • loi fondamentale des logarithmes :

$c^{\log_c m} = m;$

• quotient de puissances de même base :

$\frac{c^m}{c^n} = c^{m-n};$

• égalité de deux puissances de même base entraîne l'égalité des exposants :

$c^m = c^n \Rightarrow m = n.$

l)  $\approx 1,093$

## page 395

## Loi du logarithme d'une puissance

m) 1)  $\log(8^2) = 2 \log 8$

2)  $\log(4^3) = 3 \log 4$

n)  $\approx 301,03$

o)  $\ln(2.5^3)$   
 $3\ln(2.5)$   
 $2.748872196$   
 $2.748872196$

$\log(2^6.3)$   
 $6.3\log(2)$   
 $1.896488973$   
 $1.896488973$

- p) • loi fondamentale des logarithmes :  
 $c^{\log_c m} = m$ ;  
 • puissance d'une puissance :  $(c^m)^n = c^{mn}$ ;  
 • égalité de deux puissances de même base entraîne l'égalité des exposants :  
 $c^m = c^n \Rightarrow m = n$ .

q) 21

## page 396

### Loi du changement de base

r) (Autres réponses possibles.)

$$x \approx 1,25$$

s) L'égalité de deux nombres entraîne l'égalité de leurs logarithmes dans la même base.

$$t) x = \frac{\log 7}{\log 5}$$

$$u) \log_5 7 = x$$

$$v) \log_5 7 = \frac{\log 7}{\log 5} \approx 1,209\ 06$$

w) 1) 2)

$\log(36)/\log(6)$	2
$\ln(64)/\ln(2)$	6

3)

$\log(36)$	1.556302501
$\ln(36)/\ln(10)$	1.556302501

- x) • par définition d'un logarithme :  
 $x = c^y \Leftrightarrow y = \log_c x$ ;  
 • égalité de deux nombres entraîne l'égalité de leurs logarithmes dans la même base;  
 • loi du logarithme d'une puissance :  
 $\log_c m^n = n \log_c m$ ;  
 • division de chacun des membres par  $\log_s c$ ;  
 • au départ, on a posé  $n = \log_c m$ .

- y) 1)  $\log_8 7 \approx 0,935\ 784\ 974$   
 2)  $\log_{0,5} 9 \approx -3,169\ 925\ 001$   
 3)  $\log_3 0,7 \approx -0,324\ 659\ 525\ 1$

## page 397

### Investissement 6

- a)  $\log_c 2 + \log_c m + \log_c n$   
 b)  $\log_5 7 + 2 \log_5 (x + 2)$   
 c)  $\log_3 4 + 2 \log_3 x$   
 d)  $\log_2 5 + \log_2 a - 2 \log_2 b$   
 e)  $3(\log_4 m + \log_4 n + 1)$   
 f)  $2(\log_6 2 + \log_6 (x + 1))$   
 g)  $2 + \frac{1}{2} \log_4 x$   
 h)  $\log (x + 2) + \log (x - 2)$
- a)  $\log_2 40$                       b)  $\log_4 15$   
 c)  $\ln 14$                         d)  $\log 5$   
 e)  $\log_2 54$                       f)  $\log 3$
- (Autres réponses possibles.)  
 a)  $\log \left( \frac{x-2}{x+2} \right)$                       b)  $\log_a \left( \frac{9}{8} \right)$   
 c)  $\frac{5}{2} \log_n m$                       d)  $\log (x + 1)$   
 e)  $\log_5 \left( \frac{64}{xy^2} \right)$                       f)  $\log s$
- a)  $\approx 0,954\ 24$                       b)  $\approx 1,146\ 13$   
 c)  $\approx 1,653\ 21$                       d)  $\approx 1,954\ 24$   
 e)  $\approx 1,698\ 97$                       f)  $\approx 4,225\ 5$   
 g)  $\approx -0,301\ 03$                       h)  $\approx 0,382\ 96$   
 i)  $\approx 0,812\ 098$                       j)  $\approx 3,196\ 44$
- a)  $x = abc$                       b)  $x = \frac{a^3 \cdot c^2}{b^2}$
- a) 4                      b)  $\frac{e}{a^2} + a$   
 c)  $\frac{1}{100}$                       d)  $\frac{a^2}{c}$
- $\log 5$
- a) 2                      b) 3                      c) 4  
 d) 2                      e) 3

## page 398

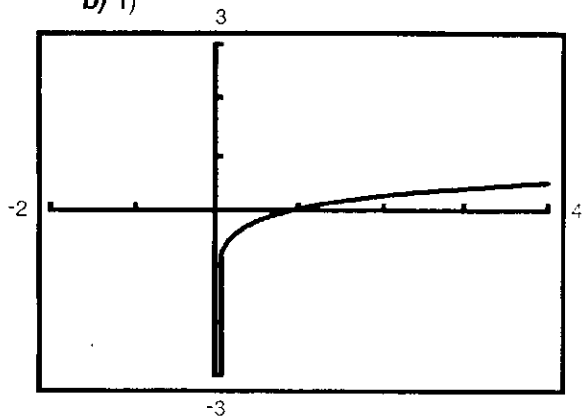
- a) 2,183    b) 2,495    c) 2,948  
 d) -5,129    e) 5,923
- a)  $50 \approx 25^{1,2^5}$                       b)  $80 \approx 72^{2,52}$   
 c)  $124 \approx (\sqrt{2})^{13,908}$                       d)  $0,75 \approx 4^{-0,208}$

11. a) En utilisant la formule du changement de base, on pose :

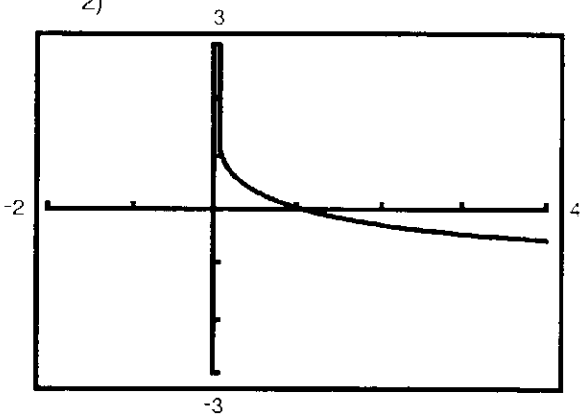
$$f(x) = \log_a x = \frac{\log x}{\log a} \text{ ou } \frac{\ln x}{\ln a}$$

On édite ensuite cette règle, on détermine la fenêtre d'affichage et on trace le graphique.

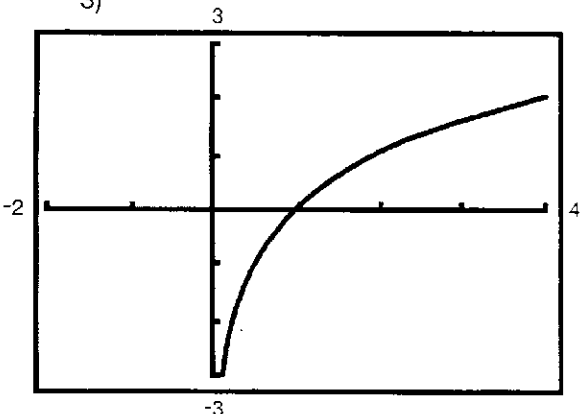
b) 1)



2)



3)



12.  $N = \frac{N_0}{e^{kt}}$

13. a) Vrai. b) Vrai. c) Vrai.  
d) Faux. e) Faux. f) Faux.  
g) Faux. h) Faux. i) Faux.

14. C et E, D et F

15. Posons  $\log_{0,1} x = y$ .

$$\log_{0,1} x = y \Leftrightarrow 0,1^y = x$$

$$10^y = x \Leftrightarrow \log x = -y$$

$$-\log x = y$$

Comme on a  $y = \log_{0,1} x$  et  $y = -\log x$ , alors  $\log_{0,1} x = -\log x$ .

16. a)  $\approx 600,82$  candelas

$$b) I = 1000 \cdot p^{-0,245}$$

c) À la surface de l'eau,  $p = 0$  et  $\log 0$  n'existe pas.

## page 399

17. (Autres réponses possibles.)

$$\begin{aligned} \log_c \left( \frac{x}{y} \right) &= \log_c x - \log_c y \\ &= -(\log_c y - \log_c x) \\ &= -\log_c \left( \frac{y}{x} \right) \end{aligned}$$

18. a) Vrai. b) Faux. c) Faux. d) Vrai.  
e) Faux. f) Vrai. g) Faux. h) Faux.

19. a) 60 dB

$$b) \approx 3,0103 \text{ dB}$$

### Forum

- a) 1) Les mantisses sont égales et positives.  
2) Les mantisses sont égales et négatives.

b) On ajoute (+1) à la mantisse et (-1) à la caractéristique. Comme la mantisse est devenue positive, on place le signe moins (-) au-dessus de la caractéristique.

$$\begin{aligned} \text{Ex. : } \log 0,051 &\approx -1,292 \ 430 \\ &\approx -1 - 0,292 \ 430 \\ &\approx -1 + (-1) + 1 - 0,292 \ 430 \\ &\approx \bar{2},707 \ 570 \end{aligned}$$

c) La mantisse est indépendante de l'ordre de grandeur du nombre; elle ne dépend que de sa composition numérique.

$$\begin{aligned} \text{Ex. : } \log 510 &\approx 2,707 \ 570 \\ \log 0,051 &\approx \bar{2},707 \ 570 \end{aligned}$$

La caractéristique donne des informations sur l'ordre de grandeur du nombre; elle correspond à l'exposant de 10 dans la notation scientifique du nombre.

## page 400

## L'expérience

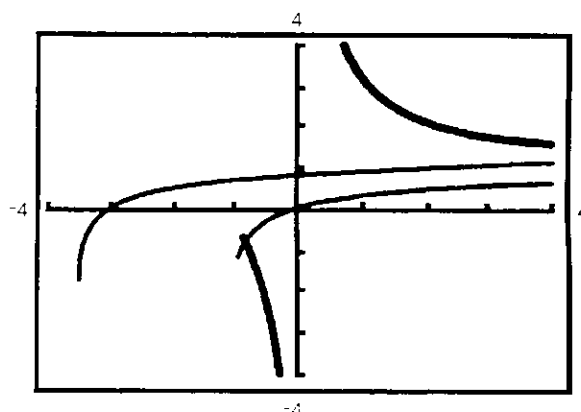
- a) 1)  $\approx 69,7$  min      2)  $\approx 16,5$  min
- b) 1)  $\approx 146$  raquettes.    2)  $\approx 607$  raquettes.
- c)  $a = -7$        $h = 0,5$   
 $b = \frac{1}{2}$        $k = 60$
- d) 1) a : changement d'échelle vertical  
 b : changement d'échelle horizontal  
 h : translation horizontale  
 k : translation verticale
- 2) Le paramètre a multiplie les ordonnées des couples de la fonction de base.  
 Le paramètre b divise les abscisses des couples de la fonction de base.  
 Le paramètre h s'additionne aux abscisses des couples de la fonction transformée par le changement d'échelle horizontal.  
 Le paramètre k s'additionne aux ordonnées des couples de la fonction transformée par le changement d'échelle vertical.

## page 401

- e) Le paramètre h.
- f) 1)  $x = 6$  dans les deux cas.  
 2)  $f : (2, 1), (1, 0), (\frac{1}{2}, -1)$   
 $g : (5, 1), (1, 0), (\frac{1}{5}, -1)$   
 3)  $f : (10, 3), (8, 0), (7, -3)$   
 $g : (11, 2), (7, 3), (6, 2), 4)$
- g) IR
- h) Le signe du paramètre b indique de quel côté de l'asymptote se trouve le graphique de la fonction.  
 Le paramètre h indique une des extrémités du domaine :
- si  $b > 0$ , domaine  $]h, +\infty[$
  - si  $b < 0$ , domaine  $] -\infty, h[$
- i) Soit  $y = \log_c x$   
 Réciproque :  $x = \log_c y \Leftrightarrow c^x = y$

## page 402

- j) (1) Définition de la réciproque.  
 (2) Règle de l'addition.  
 (3) Règle de la division.  
 (4) Définition du logarithme, forme exponentielle.  
 (5) Règle de la division.  
 (6) Règle de la soustraction.
- k) 1)  $(f + g)(x) = \log(2x^2 + 9x + 7)$   
 $(f - g)(x) = \log\left(\frac{2x + 7}{x + 1}\right)$   
 2) Croissante.  
 3) (Travail à la calculatrice.)



i)  $x = 0$     ii)  $] -1, 0[ \cup ] 0, +\infty[$

## La climatisation biologique d'un iguane

- a) (1) Éditer la table de valeurs (STAT, EDIT).  
 (2) Tracer le nuage de points (STAT, PLOT).  
 (3) Déterminer l'équation de régression (STAT, CALC, LnReg).  
 (4) Éditer cette équation dans  $y =$ , VARS-Statistics, EQ-RegEQ).  
 (5) Tracer la courbe (GRAPH).

## page 403

- b) Environ 12,2 min.

## La magnitude des étoiles

- a)  $\approx -2,5784$
- b) 1)  $-2,5 \log r + 1 = 0$   
 2)  $-2,5 \log r + 1 = -2,5$

- c) Non, car  $\log r$  est défini si et seulement si  $r > 0$ .
- d) Vénus est 100 fois plus brillante qu'Antarès.
- e)  $\approx 158\,489$  fois.

## page 405

- f) 1)  $x = 19$   
2)  $x = 4$   
3)  $x = \frac{1}{2}$

## page 406

## Le dégel d'un congélateur

- a)  $\approx 6,53\text{ }^\circ\text{C}$
- b) 1)  $\approx 8\text{ h}$  2)  $\approx 13\text{ h}$  3)  $\approx 35\text{ h}$
- c) Difficilement.
- d) 4) Pour  $m > 0$  et  $n > 0$ ,  
 $m = n \Rightarrow \log_c m = \log_c n$ .
- 5) Loi du logarithme d'une puissance  
 $\log_c m^n = n \log_c m$ .

## page 407

- e) 13,16 h après le début de la panne, la température atteint le point de congélation.
- f) Oui, car peu importe la base, pour  $m > 0$  et  $n > 0$ , on a :  
 $m = n \Rightarrow \log_c m = \log_c n$   
«c» peut être égal à «e»
- g) 1)  $x \approx 0,377$   
2)  $x \approx 0,449$

## page 408

## Investissement 7

1. a)

	a	b	h	k
$f_1$	-1	2	0	-7
$f_2$	0,25	-1	0	0
$f_3$	5	3	1	0

- b) On obtient la courbe de  $f_1$  par une réflexion de la courbe de la fonction de base par rapport à l'axe des abscisses, suivie d'un changement d'échelle horizontale de facteur  $1/2$  et d'une translation verticale de 7 unités vers le bas.

On obtient la courbe de  $f_2$  par un changement d'échelle vertical de facteur  $0,25$  appliqué à la courbe de la fonction de base suivi d'une réflexion par rapport à l'axe des ordonnées.

On obtient la courbe de  $f_3$  par un changement d'échelle vertical de facteur  $5$  appliqué à la courbe de la fonction de base suivi d'un changement d'échelle horizontal de facteur  $1/3$  et d'une translation horizontale d'une unité vers la droite.

2. a)  $x = 9$  b)  $x = -3$  c)  $x = 0$  d)  $x = -4$ 

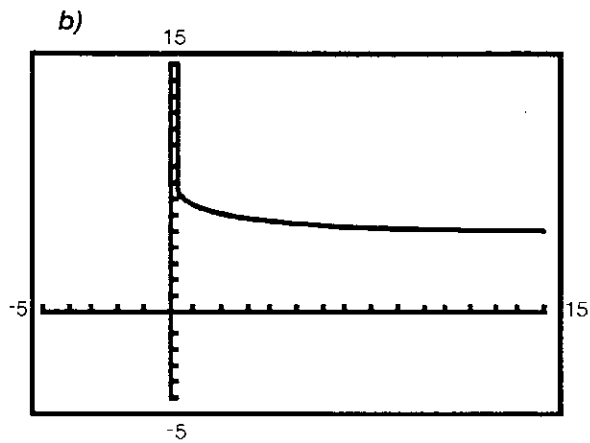
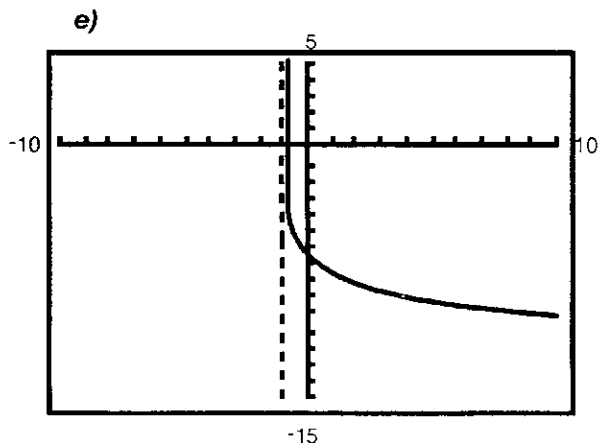
3.

	p	q	r	s
a) Valeur de h	-5	-2	1	4
b) Signe de b	+	-	-	+
c) Dom	$] -5, +\infty[$	$] -\infty, -2[$	$] -\infty, 1[$	$[4, +\infty[$

4. La courbe de cette fonction coupe l'axe des ordonnées si et seulement si b et h sont de signes contraires; elle ne coupe pas l'axe des ordonnées si b et h sont de même signe.

## page 409

5. a)  $f(x) = \log_2 x$ b)  $(\frac{1}{2}, -1), (1, 0), (2, 1)$ c)  $(-\frac{5}{6}, -4), (-\frac{2}{3}, -5), (-\frac{1}{3}, -6)$ d)  $x = -1$



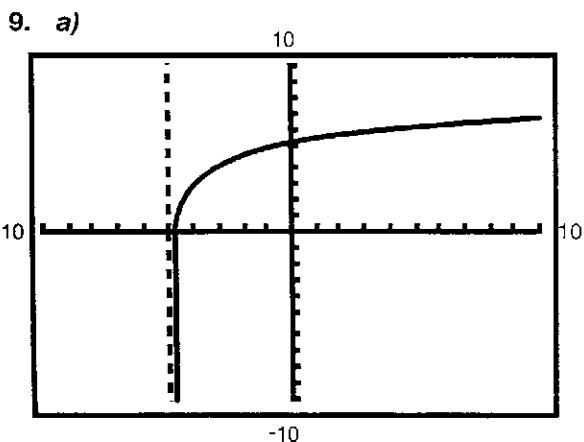
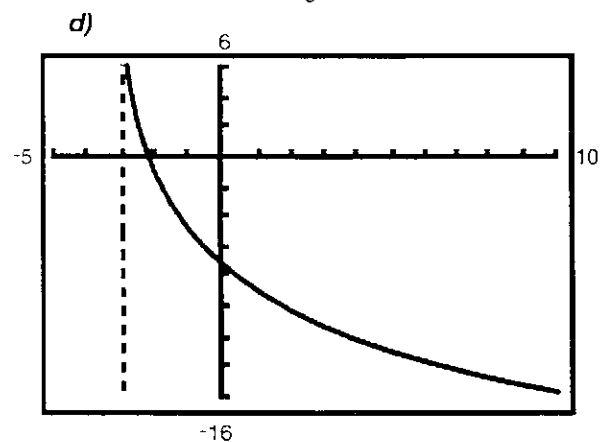
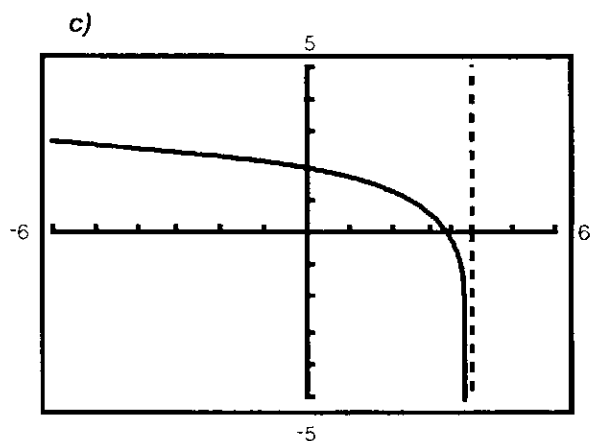
6.

	Abscisse à l'origine	Ordonnée à l'origine
a)	1	-1
b)	6	—
c)	7	-9

7. a)  $f(x) \geq 0$  sur  $[1, 1,5[$   
 $f(x) \leq 0$  sur  $]-\infty, 1]$   
 b)  $g(x) \geq 0$  sur  $]5, 6]$   
 $g(x) \leq 0$  sur  $[6, +\infty[$   
 c)  $h(x) \geq 0$  sur  $[7, +\infty[$   
 $h(x) \leq 0$  sur  $]-1, 7]$

8.

	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
a) Base	2	5	0,25
b) Dom	$]5, +\infty[$	$]0, +\infty[$	$]-3, +\infty[$
Codom	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
c) Variation	fonction croissante	fonction décroissante	fonction croissante



10. a) Vrai. b) Faux. c) Vrai.  
 d) Faux. e) Faux.

11. a) 13 b)  $-\frac{11}{4}$  ou -2,75  
 c)  $\frac{1}{50}$  ou 0,02 d) 200

12. a)  $x = 40,5$  b)  $x = 4$   
 c)  $x = 13$  d)  $x = 16$

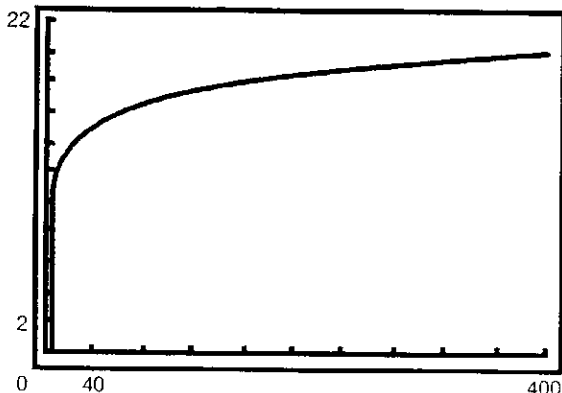
e)  $x = 3$

f)  $x = -3$

g)  $x = 8$

h)  $x = 7$

13. a)



b) Croissante.

c) Une magnitude d'environ 16,38.

d)  $\approx 39,81$  cm

14. (Autres réponses possibles.)

$$\log_c m = \log_c n$$

$$\frac{\log_c m}{\log_c n} = 1$$

$$\log_n m = 1 \Rightarrow n^1 = m$$

15. a)  $x = -3$

b)  $x = \frac{5}{2}$

c)  $x = -2$  et  $x = 7$

d)  $x = 2$

e)  $x = \frac{3}{2}$

f)  $x = \sqrt{14} \approx 3,74$

16. A(10, 3), B(1, 1), C(10<sup>3</sup>, 1)

## page 411

17. a)  $\approx 7,3$

b)  $1 \times 10^{-7}$  mol/l

c) 1)  $1 \times 10^{-2,5}$  mol/l

2)  $1 \times 10^{-6,6}$  mol/l

d)  $-\log(2 \times 10^{-7,7}) \approx 7,4$

18. a)  $f_1(x) = \log_6(x + 3)$

b)  $f_2(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$

19. a)  $x \approx 1,4307$

b)  $x \approx 0,8662$

c)  $x \approx 3,9037$

d)  $x \approx 4,6377$

e)  $x \approx -0,4476$

f)  $x \approx 1,2516$

20. a)  $\approx 7,62$  V

## page 412

b) 1)  $\approx 7,77$  s

2)  $\approx 18,55$  s

3)  $\approx 27,38$  s

c)  $\approx 13,86$  s

21. a) 1 an

b)  $\approx 3,1$  ans

c)  $\approx 6,2$  ans

22. a)  $f_1^{-1}(x) = 0,5 \log_5(x - 6)$

b)  $f_2^{-1}(x) = \log_6(x + 4) - 10$

c)  $f_3^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x-1}{3,3}\right) + 4$

23. a) Environ 4120 ans.

b) Environ 12 980 ans.

c) Environ 5 590 ans.

d)  $f^{-1}(Q) = t = \frac{\ln\left(\frac{Q}{Q_0}\right)}{-0,000124}$

## page 413

24. a)

```
LnReg
y=a+b*lnx
a=898.0055584
b=-283.2871515
```

b) 1)  $\approx 11,75$  mois

2)  $\approx 23,8$  mois

## Forum

a)  $a = -5 \log e$  ou  $-\frac{5}{\ln 10}$

b) Ces trois règles représentent la même fonction.

$$Y_2 = 0,5 \log(x - 5) + 4$$

$$Y_1 = 0,5 \log(100(x - 5)) + 3$$

$$= 0,5 (\log 100 + \log(x - 5)) + 3$$

$$= 0,5 \log 100 + 0,5 \log(x - 5) + 3$$

$$= 0,5 (2) + 0,5 \log(x - 5) + 3$$

$$= 0,5 \log(x - 5) + 4$$

$$Y_3 = \log_{100}(x - 5) + 4$$

$$= \frac{\log(x - 5)}{\log 100} + 4$$

$$= \frac{\log(x - 5)}{2} + 4$$

$$= 0,5 \log(x - 5) + 4$$

c)  $x = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \dots \cdot \frac{\cancel{n-2}}{\cancel{n-1}} \cdot \frac{\cancel{n-1}}{n}$   
 $x = \frac{1}{n}$   
 $\log x = \log \frac{1}{n}$   
 $\log x - \log n = \log \frac{1}{n} + \log n$   
 $= \log \left( \frac{1}{n} \cdot n \right)$   
 $= \log 1$   
 $= 0$

d) Soit  $r = 1999^{2000}$  et  $s = 2000^{1999} \Rightarrow$   
 $\log r = 2000 \log 1999$  et  
 $\log s = 1999 \log 2000.$

À l'aide d'une calculatrice, on obtient  
 $\log r \approx 6601,626$  et  
 $\log s \approx 6598,759.$

Comme la fonction logarithmique de base 10 est croissante, on peut affirmer que  $1999^{2000} > 2000^{1999}.$

**page 415**

**Maîtrise 6**

**B** 1. (Autres réponses possibles.)

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 2 + 3 + 4 + 5 + 6 | 1 + 2 + 3 + 7 + 7 |
| 0 + 1 + 1 + 9 + 9 | 1 + 4 + 4 + 5 + 6 |
| 0 + 1 + 5 + 5 + 9 | 2 + 2 + 5 + 5 + 6 |
| 0 + 2 + 4 + 6 + 8 | 3 + 3 + 3 + 5 + 6 |
| 1 + 1 + 2 + 8 + 8 | 3 + 4 + 1 + 3 + 9 |

**B** 2. (Autres réponses possibles.)

$((2 \times 2 \times 2) + 2)^2 = 100$   
 $111 - 11 = 100$   
 $33 \times 3 + 3 \div 3 = 100$

**B** 3. D

**B** 4. a) 23 avril.

b) 9 novembre et 11 septembre.

c) Aucune.

d) 8 janvier, 4 février, 2 avril et 1<sup>er</sup> août.

**B** 5. (Autres réponses possibles.)

$x \approx 4$  et  $y \approx 2,5$

a)  $\approx 10$    b)  $\approx 3$    c)  $\approx 1,6$    d)  $\approx 4$

**B** 6. (Autres réponses possibles.)

- a)  $\approx 1,26$    b)  $\approx 0,05$   
c)  $\approx 1,18$    d)  $\approx -0,37$   
e)  $\approx 2,6$    f)  $\approx 1,4$

**B** 7.  $-\log 10^{-3}, \log 100 + \log 100, \log 10^{10}, 100 \log 10$

**B** 8. a) 5   b) 8   c)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$    d) 3

**B** 9. a)  $\log_2 3$    b)  $\log_{0,5} 2 = \log_2 0,5$    c)  $\ln e^5$

**page 416**

**B** 10. a)  $3^n = m^2$    b)  $\ln m = n$

c)  $e^{r-5} = s$    d)  $\log m = 2n - 1$

e)  $4^{n-1} = 5(m-1)$    f)  $10^{m-1} = (n+3)^2$

**B** 11. a) 0

b) Impossible, car l'argument est négatif.

c) Impossible, car l'argument est négatif.

d) 1

**B** 12. a) -2,3   b)  $\sqrt[3]{3}$    c) 2

d)  $\pi$    e) 0   f) 1

**B** 13. a)  $\log_x 40 = 12$    b)  $\ln 10 = x$

c)  $\log_{50} x = \frac{1}{3}$    d)  $\log 15 = a$

**R** 14. a)  $c > 0$  et  $c \neq 1$

b) 1)  $c > 1$    2)  $0 < c < 1$

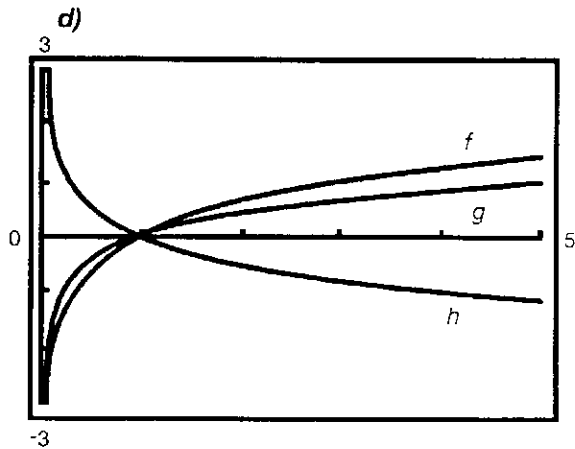
c)  $x > 0$ , car  $\text{dom } f = \mathbb{R}_+^*$ .

**B** 15. a)  $x = 0$

b)  $x = 1$

c)

	$x_1$	$x_2$
f	$\frac{1}{3}$	3
g	$\frac{1}{5}$	5
h	4	$\frac{1}{4}$



e) Pour toutes ces fonctions, le domaine est  $]0, +\infty[$ .

Pour toutes ces fonctions, le codomaine est  $\mathbb{R}$ .

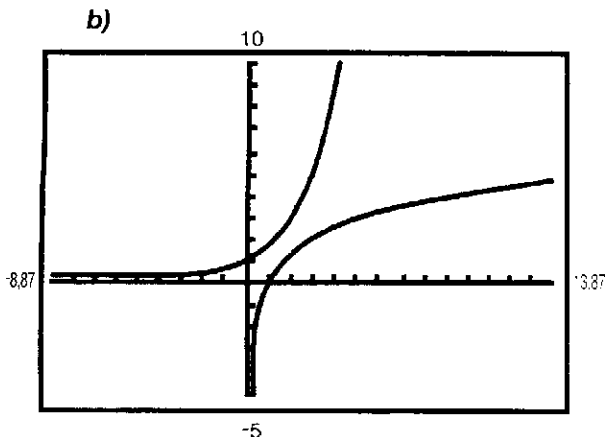
f) 1)  $]1, +\infty[$       2)  $]0, 1[$

**page 417**

**B** 16. a)  $f(x) = \log_3 x$   
 $g(x) = \log_{0,4} x$   
 $h(x) = \log_4 x$

b) Non, car  $g(x) \neq -h(x)$ .

**B** 17. a)  $f(2) \approx 1,26$  s  
 $f(10) \approx 4,19$  s  
 $f(20) \approx 5,45$  s



c)  $\text{Dom } f = \text{codom } f^{-1}$   
 $\text{Codom } f = \text{dom } f^{-1}$

**R** 18. a) La calculatrice affiche un message d'erreur : «ERR : OVERFLOW».  
 b)  $\approx 10^{117,6}$   
 c) 118 chiffres.

**B** 19. a) 10      b)  $\frac{1}{4}$       c) 5  
 d) 3      e)  $\frac{3}{4}$       f)  $\frac{1}{2}$

**B** 20. a) Loi fondamentale :  $c^{\log_c m} = m$ .

b)  $\log_c 1 = 0$

c) Logarithme d'une puissance :  
 $\log_c m^n = n \log_c m$ .

d) Logarithme d'un produit :  
 $\log_c mn = \log_c m + \log_c n$ .

e)  $\log_c c^m = m$

f)  $\log_c c = 1$

g) Changement de base :  $\log_c m = \frac{\log_s m}{\log_s c}$ .

h) Logarithme d'un quotient :  
 $\log_c \left(\frac{m}{n}\right) = \log_c m - \log_c n$ .

**B** 21. a)  $10 \log_2 m$       b)  $6 \log_5 m - 8 \log_5 n$

c)  $\ln m - \frac{3}{2} \ln n$

**page 418**

**B** 22. a)  $\log_2 (m^3 n^{28})$       b)  $\log_5 \left(\frac{m^2 n^3}{64}\right)$   
 c)  $\log_c (x - 5)$       d)  $\log_c \sqrt{x}$

**B** 23.  $2,5x - 0,5y - z$  ou  $\frac{5x - y - 2z}{2}$

**B** 24. (Autres démarches possibles.)

$$\begin{aligned} 2 \ln (2x + 4) - \ln x &= \ln (2x + 4)^2 - \ln x \\ &= \ln (4x^2 + 16x + 16) - \ln x \\ &= \ln \left(\frac{4x^2 + 16x + 16}{x}\right) \\ &= \ln \left(4\left(x + 4 + \frac{4}{x}\right)\right) \\ &= \ln 4 + \ln \left(x + 4 + \frac{4}{x}\right) \end{aligned}$$

**B** 25.  $\ln F = \ln \left(\frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}}\right)$   
 $= \frac{1}{2} \ln T - (\ln 2 + \ln L + \frac{1}{2} \ln m)$

**R** 26. a)  $\log_c \left(\frac{1}{m}\right) = \log_c (m^{-1})$   
 $= -\log_c m$

b) Soit  $\log_c m = u$   
 $m = \left(\frac{1}{c}\right)^u$   
 $m = c^{-u}$   
 $-u = \log_c m$   
 $u = -\log_c m$   
 Donc,  $\log_{\frac{1}{c}} m = -\log_c m$ .

c)  $\log_{\sqrt{c}} m = x \Leftrightarrow (\sqrt{c})^x = m$   
 $c^{\frac{x}{2}} = m$   
 $\frac{x}{2} = \log_c m$   
 $x = 2 \log_c m$   
 Donc,  $\log_{\sqrt{c}} m = 2 \log_c m$ .

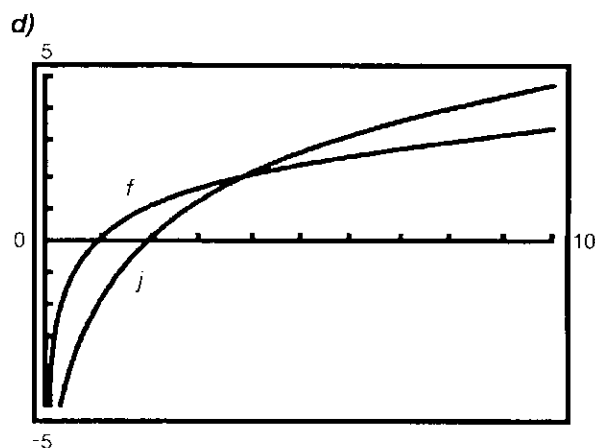
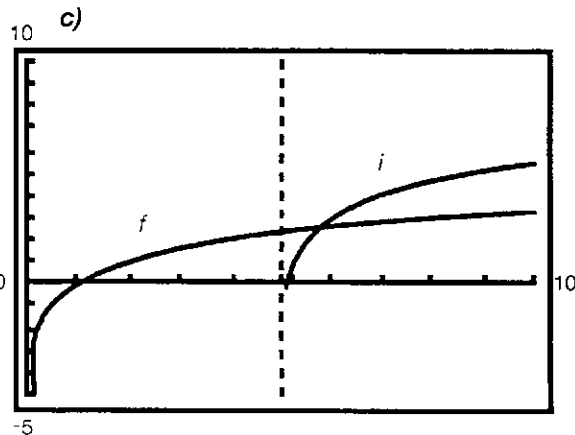
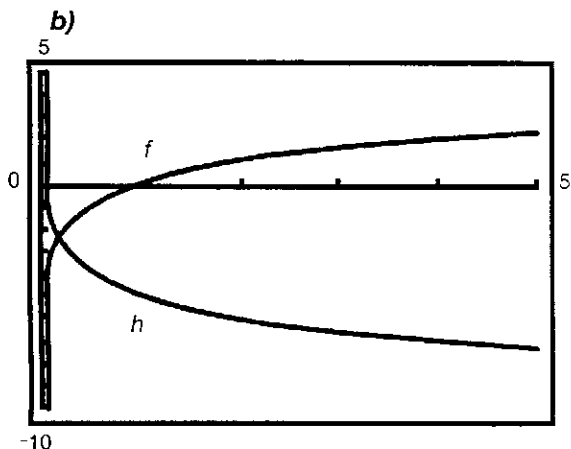
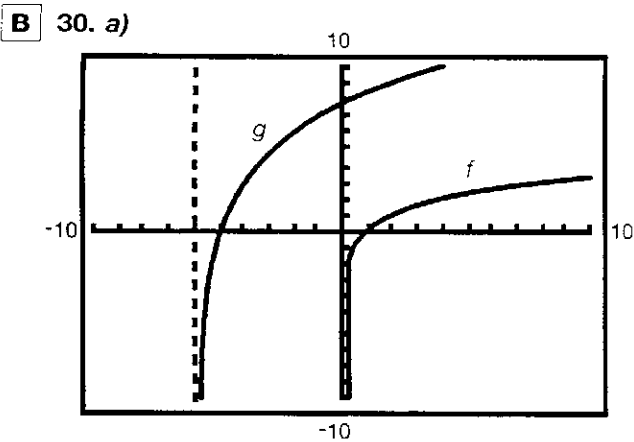
d)  $(\log_m n)(\log_n m) = \frac{\log n}{\log m} \cdot \frac{\log m}{\log n} = 1$

**B** 27.

x	log <sub>c</sub> x
4	0,462
6	0,598
8	0,693
9	0,734
10	0,768

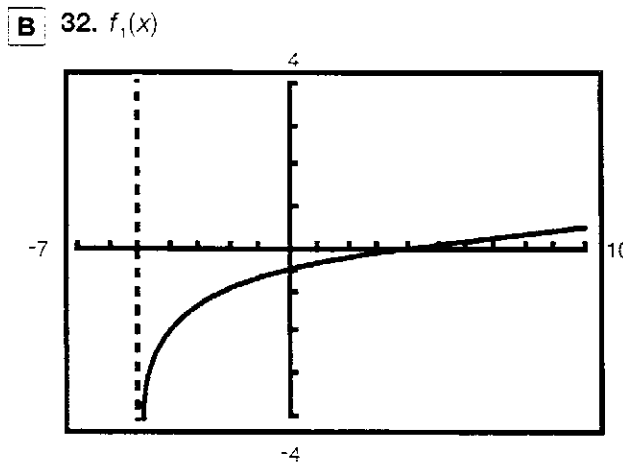
**B** 28. Trois courbes distinctes.  
 $Y_1 = Y_6$ , par la loi du changement de base.  
 $Y_2 = Y_4$ , par la loi du logarithme d'un produit.  
 $Y_5 = Y_3$ , par la loi du logarithme d'une puissance.

**R** 29.  $\frac{1}{\log e}$  ou  $\ln 10$



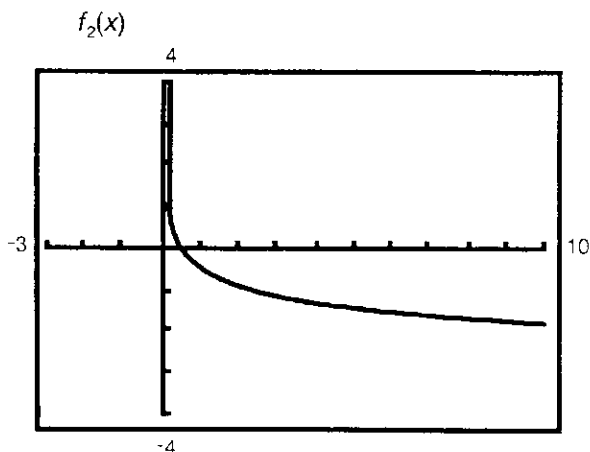
**page 419**

**B** 31.  $f(x) = \log\left(-\frac{1}{2}(x+3)\right)$   
 $g(x) = -\log_2(x+2) - 3$   
 $h(x) = \log_3(x-4)$

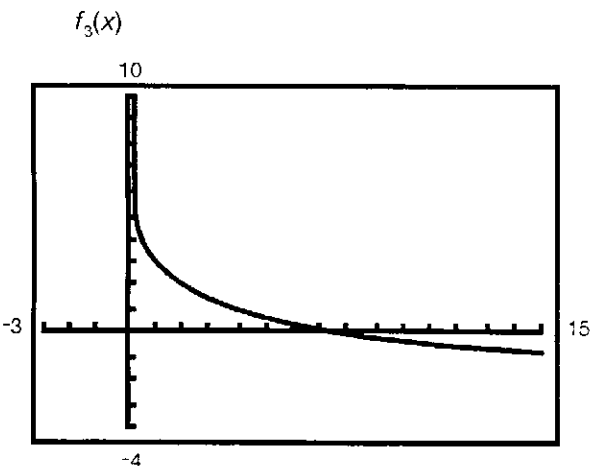


Dom  $f_1 = ]-5, +\infty[$   
 Codom  $f_1 = \mathbb{R}$   
 Fonction croissante sur  $] -5, +\infty[$   
 Zéro : 4

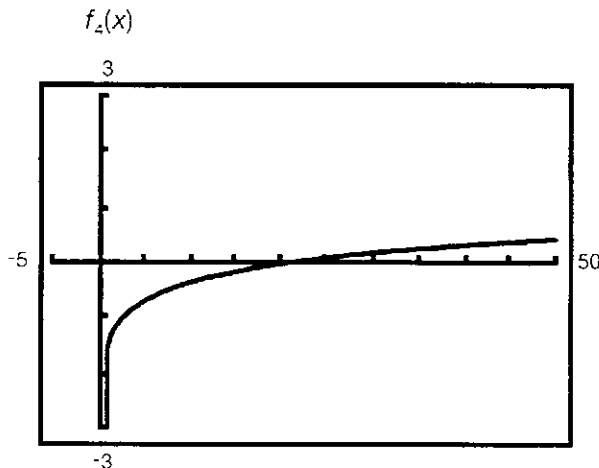
Ordonnée à l'origine :  $\approx -0,54$   
 Fonction positive sur  $[4, +\infty[$   
 Fonction négative sur  $] -5, 4]$   
 La réciproque est une fonction.



Dom  $f_2 = ]0, +\infty[$  ou  $\mathbb{R}^*$   
 Codom  $f_2 = \mathbb{R}$   
 Fonction décroissante sur  $]0, +\infty[$   
 Zéro : 0,5  
 Fonction positive sur  $]0, 0,5]$   
 Fonction négative sur  $[0,5, +\infty[$   
 La réciproque est une fonction.



Dom  $f_3 = ]0, +\infty[$  ou  $\mathbb{R}^*$   
 Codom  $f_3 = \mathbb{R}$   
 Fonction décroissante sur  $]0, +\infty[$   
 Zéro : 8  
 Fonction positive sur  $]0, 8]$   
 Fonction négative sur  $[8, +\infty[$   
 La réciproque est une fonction.



Dom  $f_4 = ]1, +\infty[$   
 Codom  $f_4 = \mathbb{R}$   
 Fonction croissante sur  $]1, +\infty[$   
 Zéro : 21  
 Fonction positive sur  $[21, +\infty[$   
 Fonction négative sur  $]1, 21]$   
 La réciproque est une fonction.

**B** 33.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=2log(X)/log(
3)+4
\Y2=-log(X+5)/lo
g(3)
\Y3=log(X)/log(0
.4)-1
\Y4=
    
```

**B** 34. (Autres réponses possibles.)

```

PROGRAM: CALCLOG
:ClrHome
:Disp "BASE DU L
OG?":Input C
:Disp "ARGUMENT?"
":Input A
:(<log(A)/log(C))
->L:Disp L
    
```

**page 420**

**B** 35. a) 8      b) 13      c) 12,5  
          d) 7      e) Aucun. f) -2

**B** 36. a)  $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$       b)  $\{9\}$   
          c)  $\{2,5\}$       d)  $\{3\}$   
          e)  $\left\{\frac{2^{15}}{30}\right\}$       f)  $\{3^{27}\}$   
          g)  $\{2\}$       h)  $\{2, 5\}$

**B** 37.

	Dom	Codom
a)	$f$	$\mathbb{R}^*$
b)	$g$	$\mathbb{R}$
c)	$h$	$\mathbb{R} \setminus [0, 2,5]$
d)	$i$	$]0, +\infty[$
e)	$j$	$]1, +\infty[$
f)	$k$	$]0, +\infty[$
g)	$l$	$] -5, +\infty[$
h)	$m$	$\mathbb{R}^*$
i)	$n$	$] -\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[ \mathbb{R}$

**B** 38. a) Environ 20 210 clients et clientes.  
b) 4 \$

**B** 39. (Autres réponses possibles.)  
a)  $\log_5 x = 1$   
b)  $\left(\frac{1}{x-4}\right) \log(x^2 - x - 11) = 0$   
c)  $(x-2)(x-4) \log(x-4) = 0$

**B** 40. Une fonction logarithmique de base ou transformée admet toujours un et un seul zéro, car sa réciproque est une fonction exponentielle (et  $c^0 = 1$ ).

**page 421**

**R** 41. a)  $x \in ]1,5, +\infty[$       b)  $x \in ]0, -\infty[$   
c) Aucune.      d)  $]1, 100[$

**N** 42. a) (1,74, 5,74)      b) (4, 1) et (19, 16)

**B** 43. a)  $\approx 0,43$       b) 0  
c)  $\approx 1,59$       d)  $\approx -3,59$   
e)  $\approx -0,12$       f)  $\approx 1,13$

**V** 44. Après 25 mois.

**B** 45. a)  $f^{-1}(x) = 0,5 \log_6\left(\frac{-x}{5}\right) - 3,5$   
b)  $g^{-1}(x) = 0,4 \log_3\left(\frac{x+10}{2}\right)$   
c)  $h^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x+4}{-1,5}\right) + 2$  ou  
 $h^{-1}(x) = \ln\left(\frac{-2(x+4)}{3}\right) + 2$   
d)  $i^{-1}(x) = \frac{5^x}{3} + 1$   
e)  $j^{-1}(x) = \frac{10^{15-x}}{2}$   
f)  $k^{-1}(x) = -e^{x+10} - 3$

**R** 46. a) Les 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> quadrants.  
b) Les 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> quadrants.

**V** 47. a) Environ 75 000 \$.  
b)  $\approx 6,46$  années

**page 422**

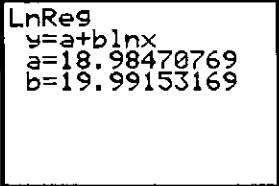
**V** 48. a) 1)  $h = \frac{\ln\left(\frac{m}{2,4}\right)}{0,0184}$       2)  $m = 2,4 e^{0,0184h}$   
b) 1)  $\approx 137,3$  cm  
2) Entre 26,24 kg et 37,92 kg.

**V** 49. a)  $\approx 0,5$  s  
b)  $t = \frac{\ln\left(\frac{f}{f_0}\right)}{-1,4}$  ou  $t = \frac{\ln t_0 - \ln f_0}{4}$

**V** 50. a) 1)  $M_s(x) = 20(0,5)^{\frac{x}{20}}$   
2)  $M_p(n) = 1000(0,5)^{\frac{n}{3}}$   
b) 1)  $\approx 6,4$  ans  
2)  $\approx 10$  min

**page 423**

**V** 51. a) 1,85 m/s  
b)  $\approx 21$  188 habitants

**V** 52. a) 

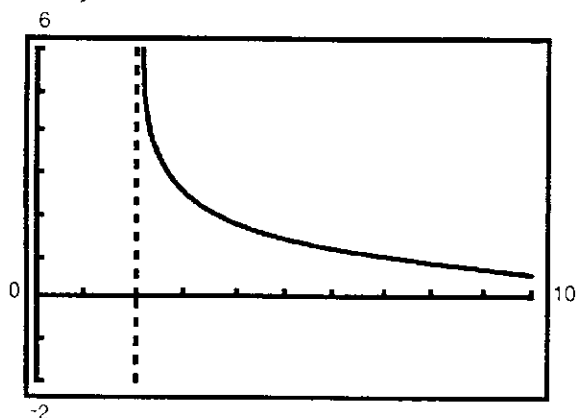
b) Avec 10 s d'observation, on ne mémorise en moyenne que 65 % des objets alors que pour gagner, il faut en avoir mémorisé au moins 75 %.

c)  $\approx 57,55$  s

## page 424

## Capsule d'évaluation 6

1. a)

b) Dom  $f = ]2, +\infty[$ Codom  $f = \mathbb{R}$ c)  $x = 2$ d)  $x \approx 17,81$ 

e) Décroissante.

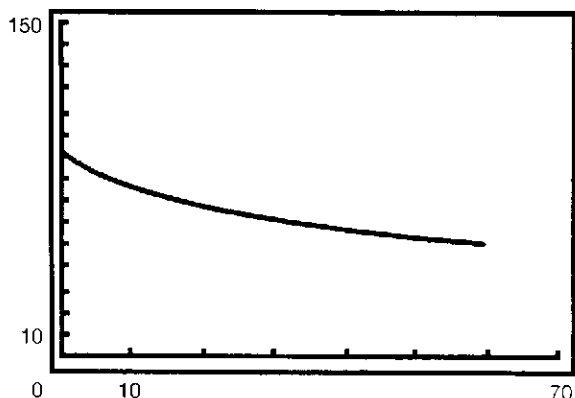
2. a)  $] -4, +\infty[$ b)  $x = -4$ c)  $2 = \log_c(5 + 4) \Rightarrow c^2 = 9$ , d'où  $c = 3$ 3. a)  $3m$ b)  $m + n + r$ c)  $r - m$ d)  $\frac{m+n}{2}$ 4. a)  $\log x$ b)  $\log\left(\frac{x^2(x-1)^2}{x^2-1}\right)$ 

5. a) 2

b)  $2 + \log_{20} 2 \approx 2,23$ 6. a)  $x = 6$ b)  $\approx 1,894$ 7. a)  $\approx -0,0446$ 

b) Dans environ 15,53 ans.

8. a)



b) [51, 90]

c) 34 pièces.

## page 426

## Rencontre avec Joseph Louis Lagrange

a) 1)  $12 = 9 + 1 + 1 + 1 = 4 + 4 + 4$ 2)  $19 = 16 + 1 + 1 + 1 = 9 + 9 + 1$ 3)  $23 = 9 + 9 + 4 + 1$ 4)  $48 = 16 + 16 + 16$ 5)  $114 = 100 + 9 + 4 + 1 = 49 + 49 + 16$ 

b) 1 = 1

2 = 1 + 1

3 = 1 + 1 + 1

4 = 4

5 = 4 + 1

6 = 4 + 1 + 1

7 = aucun

8 = 4 + 4

9 = 4 + 4 + 1

10 = 9 + 1

11 = 9 + 1 + 1

12 = 4 + 4 + 4

13 = 9 + 4

14 = 9 + 4 + 1

15 = aucun

16 = 16

17 = 9 + 4 + 4

18 = 9 + 9

19 = 9 + 9 + 1

20 = 16 + 4