VISION 4 | Les fonctions exponentielles et logarithmiques

SAÉ 7 | *Les infections transmises sexuellement*

Page 292

Voici un exemple de démarche qui peut permettre aux élèves de formuler une conclusion :

Région A

Pour la région **A,** produire la table de valeurs ci-contre.

- Établir la règle qui permet de calculer le pourcentage de personnes infectées.

  Il est possible d'établir que le pourcentage C de personnes infectées varie selon la règle $C \approx 10(1{,}074)^t$, où t est le temps (en années) écoulé depuis 2000.

- Déterminer le moment où 50 % de la population sera infectée.

  Résoudre l'équation $50 \approx 10(1{,}074)^t$.
  Dans environ 22,54 ans, 50 % de la population de la région **A** sera infectée.

Évolution des ITS dans la région A

Temps écoulé depuis 2000 (en années)	Nombre de personnes infectées	Population	Pourcentage de personnes infectées
0	5 000	50 000	10
1	5 477	51 000	≈ 10,74
2	6 000	52 020	≈ 11,53
3	6 573	53 060	≈ 12,39
4	7 200	54 122	≈ 13,3
5	7 887	55 204	≈ 14,29
6	8 640	56 308	≈ 15,34
7	9 465	57 434	≈ 16,48
8	10 368	58 583	≈ 17,7
9	11 358	59 755	≈ 19,01
10	12 442	60 950	≈ 20,41

Région B

Pour la région **B,** déduire que la population P_B se calcule à l'aide de la règle $P_B = 75\ 000(1{,}05)^{\frac{t}{4}}$ et le nombre de personnes infectées N_B se calcule à l'aide de la règle $N_B = 6000(1{,}15)^{\frac{t}{2}}$.

Produire la table de valeurs ci-contre.

- Établir la règle qui permet de calculer le pourcentage de personnes infectées.

  Établir que le pourcentage C de personnes infectées varie selon la règle $C \approx 8(1{,}0594)^t$, où t est le temps (en années) écoulé depuis 2000.

- Déterminer le moment où 50 % de la population sera infectée.

  Résoudre l'équation $50 \approx 8(1{,}0594)^t$.

  Dans environ 31,76 ans, 50 % de la population de la région **B** sera infectée.

Évolution des ITS dans la région B

Temps écoulé depuis 2000 (en années)	Nombre de personnes infectées	Population	Pourcentage de personnes infectées
0	6 000	75 000	8
1	6 434	75 920	≈ 8,48
2	6 900	76 852	≈ 8,98
3	7 399	77 795	≈ 9,51
4	7 935	78 750	≈ 10,08
5	8 509	79 716	≈ 10,67
6	9 125	80 695	≈ 11,31
7	9 786	81 685	≈ 11,98
8	10 494	82 687	≈ 12,69
9	11 254	83 702	≈ 13,44
10	12 442	84 729	≈ 14,24

Région C

Pour la région **C,** déduire que la population P_C se calcule à l'aide de la règle $P_C = 1\ 000\ 000(1{,}04)^t$ et que le nombre de personnes infectées N_C se calcule à l'aide de la règle $N_C = 75\ 000(1{,}1)^t$.

Produire la table de valeurs ci-contre.

Évolution des ITS dans la région C

Temps écoulé depuis 2000	Nombre de personnes infectées	Population	Pourcentage de personnes infectées
0	75 000	1 000 000	7,5
1	82 500	1 040 000	≈ 7,93
2	90 750	1 081 600	≈ 8,39
3	99 825	1 124 864	≈ 8,87
4	109 808	1 169 859	≈ 9,39
5	120 788	1 216 653	≈ 9,93
6	132 867	1 265 319	≈ 10,5
7	146 154	1 315 932	≈ 11,11
8	160 769	1 368 569	≈ 11,75
9	176 846	1 423 312	≈ 12,42
10	194 531	1 480 244	≈ 13,14

- Établir la règle qui permet de calculer le pourcentage de personnes infectées.

  Établir que le pourcentage C de personnes infectées varie selon la règle $C \approx 7{,}5(1{,}0577)^t$, où t est le temps (en années) écoulé depuis 2000.
- Déterminer le moment où 50 % de la population sera infectée.

  Résoudre l'équation $50 \approx 7{,}5(1{,}0577)^t$.

  Dans environ 33,82 ans, 50 % de la population de la région **C** sera infectée.

Conclusion

Les responsables de la santé publique ont tort. La première région dont 50 % de la population sera infectée est la région **A,** dans environ 22,54 ans. Toutefois, la situation est alarmante dans les deux autres régions aussi, puisque dans environ 31,76 ans, 50 % de la population de la région **B** sera infectée et ce sera aussi le cas pour la région **C** dans environ 33,82 ans.

SAÉ 8 *La fabrication du yogourt*

Page 293

Voici un exemple de démarche qui peut permettre aux élèves d'effectuer la tâche :

Temps de production de 1 L de yogourt

- Déterminer le temps de chauffage du mélange.

  Résoudre l'équation $45 = \log_{1,02}(0{,}1(x + 11))$.
  La température sera adéquate après environ 13,38 min.
- Déterminer le temps nécessaire à la formation de toutes les bactéries.

  Résoudre l'équation $2\ 000\ 000\ 000 = 1500(3)^{\frac{t}{20}}$.
  Le nombre requis de bactéries sera atteint dans environ 256,75 min.
- Prendre en considération le temps de réfrigération.

  24 h de réfrigération sont nécessaires à la fin du processus.
- Déterminer le temps total de préparation.

  $13{,}38 + 256{,}75 + 1440 \approx 1710{,}13$ min
  Pour préparer 1 L de yogourt, il faut environ 28,5 h.

Quantité de matière sèche en fonction du temps

La quantité de matière sèche se calcule à l'aide de la règle $Q = \log_2(32^l)$.
La quantité de yogourt se calcule à l'aide de la règle $P = 100(1{,}05)^j$.
On cherche $Q(P(j))$, qui correspond à l'expression $\log_2(32)^{100(1,05)^j}$.
À l'aide des propriétés des logarithmes, transformer cette expression :

$$\begin{aligned}\log_2(32)^{100(1,05)^j} &= 100(1{,}05)^j \times \log_2 32\\ &= 100(1{,}05)^j \times 5\\ &= 500(1{,}05)^j\end{aligned}$$

La règle qui permet de calculer la quantité $Q(j)$ (en g) de matière sèche utilisée par l'entreprise en fonction du temps j (en jours) est $Q(j) = 500(1{,}05)^j$.

RÉVISION 4

Réactivation 1

Page 226

a. **1)** La concentration de mazout est de 500 000 L/km^2.
2) La concentration de mazout est de 7812,5 L/km^2.
3) La concentration de mazout est environ de 0,0298 L/km^2.
4) La concentration de mazout est environ de $1{,}0588 \times 10^{-16}$ L/km^2.

b. La concentration de mazout est de 3906,25 L/km^2 à 7 h.

c. **1)** Ce déversement n'a plus d'effet sur l'environnement à 10 h.
2) À ce moment, la concentration de mazout est environ de 488,28 L/km^2.

Réactivation 2

Page 227

a. Le nombre de grains de blé double d'une case à l'autre.

b. **1)** Il y a 512 grains de blé sur la 10e case.
2) Il y a 524 288 grains de blé sur la 20e case.
3) Il y a 134 217 728 grains de blé sur la 28e case.
4) Il y a environ $9{,}2234 \times 10^{18}$ grains de blé sur la 64e case.

c. Il y a 131 072 grains de blé sur la 18e case.

d. **Salaire journalier d'une personne en fonction du temps**

Journée de travail	1re	2e	3^3	4^3	5e
Salaire ($)	0,01	**0,03**	**0,09**	**0,27**	**0,81**

e. La personne recevra 196,83 $ pour une journée de travail à la 10e journée.

f. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
La patronne devrait refuser, puisque le salaire de cette personne deviendra rapidement beaucoup trop élevé. Par exemple, la 15e journée, cette personne recevra 47 829,69 $ pour une journée de travail.

Mise à jour

Page 230

1. **a)** $-5^{\mathbf{4}}$ **b)** $3^{\mathbf{2}} \times 7^{\mathbf{3}}$ **c)** $2^{\mathbf{5}} \times 3^{\mathbf{2}} \times 5^{\mathbf{1}}$
d) $-2^{\mathbf{10}}$ **e)** $2^{\mathbf{3}} \times 3^{2} \times 5^{\mathbf{2}} \times 7^{\mathbf{3}}$ **f)** $2^{\mathbf{4}} \times 3^{\mathbf{5}}$

2. A, B, C, D, E, F, H, K, L

3. **a)** 2^7 **b)** 2^9 **c)** 2^6 **d)** 2^3 **e)** 2^0 **f)** 2^{10} **g)** 2^{-6} **h)** 2^{-11}

4. **a)** $\log_6 216 = 3$ **b)** $4^{-3} = \frac{1}{64}$ **c)** $\log_{\frac{1}{5}} 625 = -4$
d) $0{,}5^5 = \frac{1}{32}$ **e)** $\log_8 4096 = x$ **f)** $2^{-5} = x$
g) $\log_x 65\,538 = -8$ **h)** $0{,}1^{3x} = 1000$ **i)** $\log_{12} 5x = 2$

5. 1 B, 2 D, 3 A, 4 E, 5 C

Mise à jour (*suite*)

Page 231

6. **a)** $x = 4$ **b)** $x = 9$ ou $x = -9$ **c)** $x = 343$ **d)** $x = 9$ **e)** $x = 6$ **f)** $x = 1728$
g) $x = 9$ **h)** $x = -7$ **i)** $x = -1$ **j)** $x = \frac{1}{9}$ **k)** $x = -5$ **l)** $x = -\frac{1}{6}$

7. **a)** a^7 **b)** a^7 **c)** 2^{3a} **d)** a^{-2} ou $\left(\frac{1}{a}\right)^2$.
e) 3^{a+4} **f)** a^{2b+1} **g)** a^3 **h)** a^0 ou 1 (si $a \neq 0$).

8. a) $\sqrt{3}$ **b)** $\sqrt[3]{25}$ ou $\sqrt[3]{5^2}$. **c)** $\sqrt[5]{16}$ ou $\sqrt[5]{2^4}$.
d) $\sqrt{7^5}$ ou $\sqrt{16\ 807}$. **e)** $\sqrt{3^3}$ ou $\sqrt{27}$. **f)** $\sqrt[4]{36}$ ou $\sqrt{6}$.

9. a) $3^{\frac{1}{2}}$ **b)** $9^{\frac{1}{3}}$ ou $3^{\frac{2}{3}}$. **c)** $5^{\frac{2}{5}}$ ou $25^{\frac{1}{5}}$. **d)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$ ou $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{2}}$. **e)** $5^{-\frac{1}{6}}$ **f)** $8^{\frac{1}{4}}$ ou $2^{\frac{3}{4}}$.

10. Les énoncés B et C sont vrais. L'énoncé F est vrai uniquement si $a \neq 0$.

11. a) $\left(\frac{1}{3}\right)^8$ **b)** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ **c)** 3^3 **d)** 5^3 **e)** $-\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ **f)** 5^3

Mise à jour (*suite*)

Page 232

12. a) $a = 4$ **b)** $a = 2$ **c)** $a = 3$ ou $a = -3$
d) $a = 8$ **e)** $a = 2$ **f)** $a = 2$ ou $a = -2$

13. a) $4a^6$ **b)** $-10a^7$ **c)** $\frac{25}{4}a^{16}$ **d)** $\frac{10}{a^2}$ **e)** $a^3(5a^9 + 2)$
f) $5a^5b^2$ **g)** $36a$ **h)** $\frac{64b^6\sqrt{a}}{9}$ **i)** $89ab^2$

14. Non. La pyramide de gauche a une aire de $x^2 + 4 \times \frac{x \times 2x}{2} = 5x^2$, tandis que celle de droite a une aire de $(2x)^2 + 4 \times \frac{2x \times x}{2} = 8x^2$.

15. a) **Quantité de lumière selon la profondeur**

Profondeur (cm)	Quantité de lumière (%)	Quantité de lumière bloquée (%)
0	100	0
2	95	5
4	90,25	**9,75**
6	**≈ 85,74**	**≈ 14,26**
8	**≈ 81,45**	**≈ 18,55**

b) Environ 59,87 % de lumière se rend à une profondeur de 2 dm.

c) **1)** Non, car seulement environ 94,76 % de la lumière est bloquée.
2) Non, car seulement environ 94,9 % de la lumière est bloquée.
3) Oui, car environ 95,02 % de la lumière est bloquée.

16. a) La valeur de la maison est environ de 165 612,12 $.
b) La valeur de la maison est environ de 190 236,27 $.

Mise à jour (*suite*)

Page 233

17. Le temps requis pour :
- le krypton 85 est de 32,1 années ;
- le plutonium 239 est de 72 000 années ;
- l'iode 129 est de $5,1 \times 10^7$ années ;
- l'uranium 235 est de $2,13 \times 10^9$ années ;
- l'uranium 238 est de $1,35 \times 10^{10}$ années.

18. a) **Nombre de visiteurs du site en fonction du temps**

Temps (jours)	Nombre de visiteurs
0	1
1	3
2	9
3	27
4	**81**
5	**243**
6	**729**

b) **1)** 6561 visiteurs fréquentent le site. **2)** 531 441 visiteurs fréquentent le site.
3) 14 348 907 visiteurs fréquentent le site. **4)** 3^n visiteurs fréquentent le site.

19. **a)** 45 000 articles promotionnels vendus.
b) Environ 26 572 articles promotionnels vendus.
c) $50\ 000(0{,}9)^{n-1}$ articles promotionnels vendus.

20. **a)** 256 plantes. **b)** 1024 cm^2 **c)** $\approx$ 99,18 m^2

SECTION 4.1 La fonction exponentielle

Problème

Page 234

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

En déterminant que la fonction associée au nuage de points est $y = 0{,}5(1{,}028458211)^x + 0{,}5$ où x représente l'alcoolémie (en mg/mL) et y le risque d'accident (en %), le risque d'avoir un accident est 842 fois plus élevé.

Activité 1

Page 235

a. La force initiale exercée par le bras robotique est de 50 N.

b. Plus le temps augmente, plus la force diminue rapidement.

c. **Force exercée par un bras robotique selon le temps**

Temps (s)	Calcul	Force (N)
0	$50 \times 0{,}8^0$	50
4	$50 \times 0{,}8 = 50 \times 0{,}8^1 = 50 \times 0{,}8^{\frac{4}{4}}$	40
8	$50 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = 50 \times 0{,}8^2 = 50 \times 0{,}8^{\frac{8}{4}}$	32
12	$50 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = 50 \times 0{,}8^3 = 50 \times 0{,}8^{\frac{12}{4}}$	**25,6**
16	$\mathbf{50 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = 50 \times 0{,}8^4 = 50 \times 0{,}8^{\frac{16}{4}}}$	**20,48**
20	$\mathbf{50 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = 50 \times 0{,}8^5 = 50 \times 0{,}8^{\frac{20}{4}}}$	**16,384**
24	$\mathbf{50 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = 50 \times 0{,}8^6 = 50 \times 0{,}8^{\frac{24}{4}}}$	**13,1072**
…	…	…
n	$\mathbf{50 \times 0{,}8^{\frac{n}{4}}}$	

d. On doit multiplier la force initiale par $0{,}8^{\frac{48}{4}} \approx 0{,}069$.

e. La courbe se rapproche de plus en plus de l'axe des abscisses sans jamais y toucher.

Activité 2

Page 236

a. **Hauteur des balles par rapport au sol en fonction du nombre de bonds**

Nombre de bonds	0	6	12	18
Hauteur de la balle A (m)	**2,7**	**≈ 1,81**	**≈ 1,34**	**≈ 1,09**
Hauteur de la balle B (m)	**3**	**≈ 1,67**	**≈ 1,32**	**≈ 1,23**

b. La règle est $h = 1{,}8(0{,}512)^{\frac{r}{3}} + 1{,}2$.

c. Oui, cette déduction est exacte. Les lois des exposants permettent les calculs suivants :
$h = 1{,}9(0{,}81)^{\frac{r}{2}} + 0{,}8 = 1{,}9(0{,}81^{\frac{1}{2}})^r + 0{,}8 = 1{,}9(0{,}9)^r + 0{,}8$

d. $h = 1{,}8(0{,}512)^{\frac{r}{3}} + 1{,}2 = 1{,}8(0{,}512^{\frac{1}{3}})^r + 1{,}2 = 1{,}8(0{,}8)^r + 1{,}2$

Activité 3

Page 237

a. **Valeur d'un placement selon la période de calcul des intérêts**

Nombre de périodes par année	Intérêts calculés à chaque période (%)	Calculs	Valeur du placement à la fin de l'année ($)
1 (annuellement)	100	1×2	2
2 (semestriellement)	50	$1 \times 1{,}5^2$	2,25
4 (trimestriellement)	25	$1 \times 1{,}25^4$	**≈ 2,44**
12 (mensuellement)	**$8{,}\overline{3}$**	**$1 \times (1{,}08\overline{3})^{12}$**	**≈ 2,61**
52 (chaque semaine)	**≈ 1,92**	**$1 \times 1{,}092^{52}$**	**≈ 2,69**
365 (chaque jour)	**≈ 0,27**	**$1 \times 1{,}0027^{365}$**	**≈ 2,71**
8760 (chaque heure)	**≈ 0,01**	**$1 \times 1{,}0001^{8760}$**	**≈ 2,72**
n	$\frac{100}{n}$	$1 \times \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	

b. **1)** 2 **2)** 2,25 **3)** ≈ 2,44 **4)** ≈ 2,61 **5)** ≈ 2,69 **6)** ≈ 2,71 **7)** ≈ 2,72

c. Ce sont les mêmes résultats.

d. Vers une valeur d'environ 2,7183.

e. C'est la même valeur qu'en **d.**

f. 2,72 $

Technomath

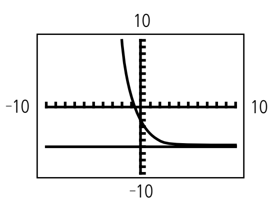
Page 238

a. Pour **Y1,** a = 1,5 et k = 4. Pour **Y2,** a = 0,5 et k = 2. Pour **Y3,** a = −0,2 et k = −1.

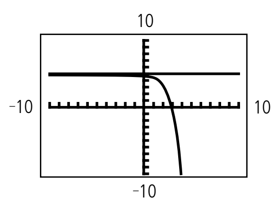
b. **1)** $y = 4$ **2)** $y = 2$ **3)** $y = -1$

c. L'équation de l'asymptote de la courbe associée à une fonction exponentielle est $y =$ k.

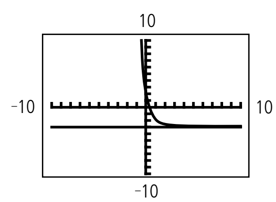
d. **1)**



2)



3)



Mise au point 4.1

Page 241

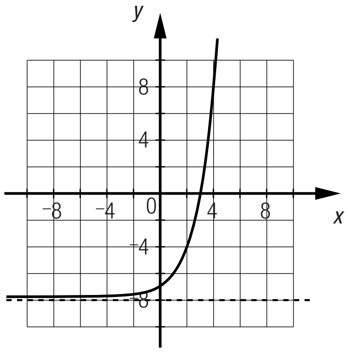
1. a) $f(x) = 80(2)^x + 8$ **b)** $f(x) = -0{,}2(25)^x + 3$ **c)** $f(x) = 2000(10)^x - 100$
d) $f(x) = 16(0{,}0625)^x$ **e)** $f(x) = \frac{1}{16\,807}(343)^x - 5$ **f)** $f(x) = 3125(25)^x$

2. A 2, B 1, C 1, D 2, E 2, F 1

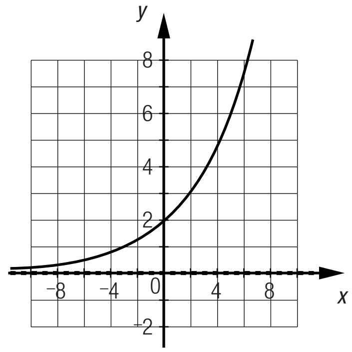
3. a) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]8, +∞[. **2)** 9 **3)** $y = 8$ **4)** Croissante sur son domaine.
b) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−∞, −5[. **2)** −7 **3)** $y = -5$ **4)** Croissante sur son domaine.
c) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−100, +∞[. **2)** ≈ −99,996 **3)** $y = -100$ **4)** Décroissante sur son domaine.
d) 1) Domaine : ℝ ; codomaine:]−2, +∞[. **2)** −1,75 **3)** $y = -2$ **4)** Décroissante sur son domaine.
e) 1) Domaine : ℝ ; codomaine:]−8, +∞[. **2)** −7,75 **3)** $y = -8$ **4)** Croissante sur son domaine.
f) 1) Domaine : ℝ ; codomaine:]−∞, 4[. **2)** 3,875 **3)** $y = 4$ **4)** Décroissante sur son domaine.

Mise au point 4.1 (*suite*)

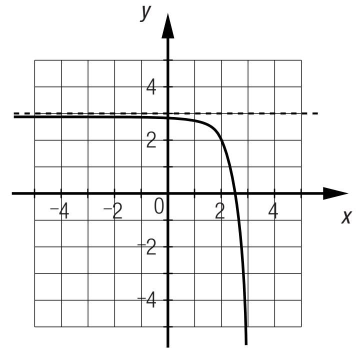
4. a)



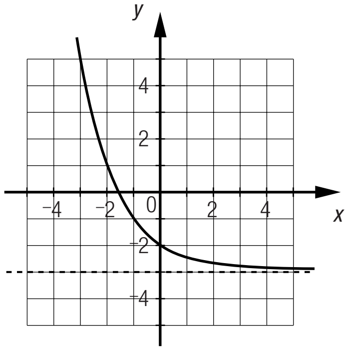
b)



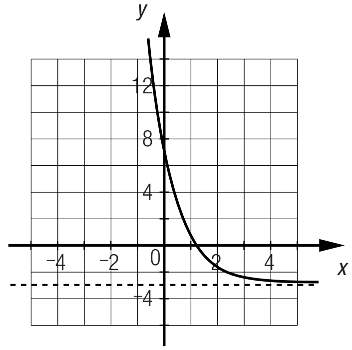
c)



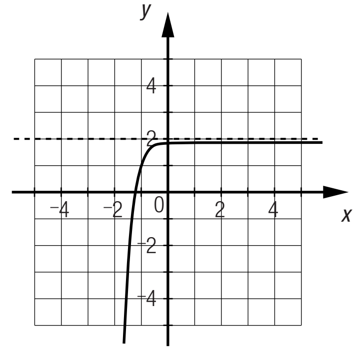
d)



e)



f)



5. a) $f(x) = {}^{-}8(5)^x + 6$ **b)** $f(x) = {}^{-}15(0{,}1)^x + 9$ **c)** $f(x) = 16(4)^x - 8$

6. a) $f(x) = 20(100)^x + 4$ **b)** $f(x) = -\frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^x + 4$ **c)** $f(x) = 2{,}5(4)^x - 5$

d) $f(x) = 50(10)^x - 60$ **e)** $f(x) = {}^{-}64(2)^x + 45$ **f)** $f(x) = 2(100)^x - 12$

7. a) 1) $f \times g = {}^{-}0{,}25(2)^{4x+5}$ **2)** $\frac{f}{g} = {}^{-}4(2)^{2x-5}$

b) 1) Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]{-\infty}, 0[$. **2)** Domaine : $\mathbb{R}$; codomaine : $]{-\infty}, 0[$.

Mise au point 4.1 (*suite*)

8. a) Décroissante. **b)** Croissante. **c)** Décroissante.
d) Croissante. **e)** Croissante. **f)** Croissante.

9. a) 1) Le thermomètre affiche $^{-}16$ °C. **2)** Le thermomètre affiche environ $^{-}6{,}6$ °C.
3) Le thermomètre affiche environ 3,38 °C. **4)** Le thermomètre affiche environ 17,79 °C.

b) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Alexandra a raison, car la courbe associée à la fonction qui représente cette situation a pour asymptote la droite d'équation $y = 22{,}5$.

10. a) 1) $f(x) = 4(6)^x$ **2)** $f(x) = 3(1{,}5)^x$ **3)** $f(x) = {}^{-}(3)^x$ **4)** $f(x) = 2(0{,}5)^x$

b) 1) $f(x) = 3(2)^x + 7$ **2)** $f(x) = 10(5)^x - 15$ **3)** $f(x) = 0{,}5(10)^x + 300\,000$ **4)** $f(x) = 3(4)^x - 5$

Mise au point 4.1 (*suite*)

11. a) ≈ 29,53 % **b)** ≈ 50,34 % **c)** ≈ 82,62 %

12. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Dans ce contexte, l'asymptote signifie que peu importe l'avancement de la technologie médicale, le nombre de décès d'enfants en bas âge n'atteindra jamais 150 décès.

b) La règle est $N(t) \approx 800(0,92)^t + 150$, où N correspond au nombre de décès et t, au temps (en années) écoulé depuis 1980.

c) **1)** Le nombre de décès possibles en 2020 est environ 178.

2) Le nombre de décès possibles en 2050 est environ 152.

13. a) **1)** 13,5 V **2)** $\approx$ 3,5 V

b) Cette fonction est décroissante.

c) Domaine : [0, 216] ; codomaine : [$4,87 \times 10^{-8}$, 13,5].

14. a) **1)** $V = 500\left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2 \times 5}$ La somme atteindra environ 740,12 $.

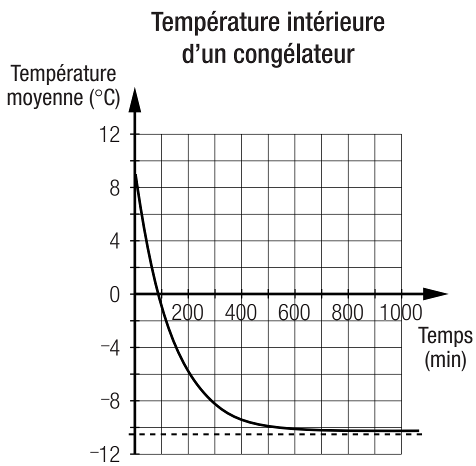
2) $V = 500\left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^{4 \times 5}$ La somme atteindra environ 742,97 $.

3) $V = 500\left(1 + \frac{0,08}{52}\right)^{52 \times 5}$ La somme atteindra environ 745,68 $.

b) Plus les intérêts sont composés souvent dans une année, plus la valeur de la somme placée sera élevée à l'échéance du placement.

Mise au point 4.1 (*suite*) **Page 245**

15. a)



b) **1)** $y = -10,5$

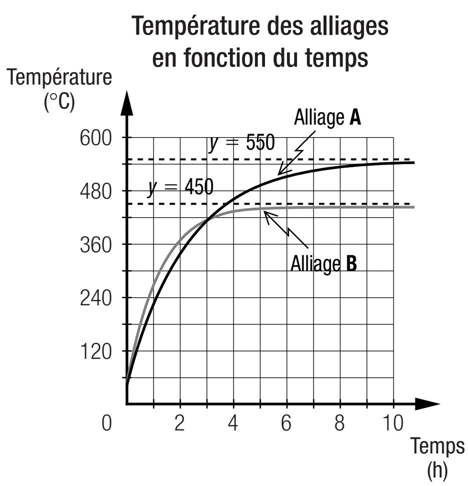
2) Même si théoriquement cette température ne sera jamais atteinte, c'est la température « minimale » du congélateur.

c)]−10,5, 9]

d) 9 °C

16. a) La température initiale de l'alliage **A** et de l'alliage **B** est de 50 °C.

b)



c) **1)** La température des deux alliages est la même après environ 3 h.

2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Non, car la température de 550 °C correspond à l'asymptote de la courbe associée à la fonction qui permet de calculer la température de l'alliage.

3) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
Non, car la température de 450 °C correspond à l'asymptote de la courbe associée à la fonction qui permet de calculer la température de l'alliage.

17. **a)** Les règles sont $V_A = {}^-1100(0,65)^t + 1500$ et $V_B = {}^-1300(0,75)^t + 1700$, où V_A et V_B correspondent respectivement à la valeur (en $) des actions de l'investisseuse A et celle des actions de l'investisseuse B, et t, au temps (en jours) écoulé depuis l'achat des actions.

b) **1)** L'écart est environ de 19,14 $.

2) L'écart est environ de 104,90 $.

3) L'écart est environ de 165,08 $.

c) La valeur maximale des actions de l'investisseuse A est environ de 1499,98 $ et celle des actions de l'investisseuse B est environ de 1699,02 $.

Mise au point 4.1 (*suite*)

Page 246

18. **a)** Les règles sont $P_A = {}^-4000(0,8)^t + 6000$ et $P_B = {}^-6000(0,8)^t + 7000$, où P_A et P_B correspondent respectivement à la production journalière (en kg/jour) de la mine **A** et à celle de la mine **B** et t, au temps (en jours) écoulé.

b) **Production journalière en fonction du temps**

Temps (jours)	0	1	2	3	4	5
Production journalière de la mine A (kg/jour)	**2000**	**2800**	**3440**	**3952**	**4361,6**	**4689,28**
Production journalière de la mine B (kg/jour)	**1000**	**2200**	**3160**	**3928**	**4542,4**	**5033,92**
Production journalière totale (kg/jour)	**3000**	**5000**	**6600**	**7880**	**8904**	**9723,2**

c) La règle est $P_T = {}^-10\,000(0,8)^t + 13\,000$.

d) **1)** La production journalière totale des deux mines est de 6600 kg/jour.

2) La production journalière totale des deux mines est de 9723,2 kg/jour.

3) La production journalière totale des deux mines est environ de 12 648,16 kg/jour.

4) La production journalière totale des deux mines est environ de 12 987,62 kg/jour.

SECTION 4.2 La fonction logarithmique

Problème

Page 247

La règle est $C = \frac{20}{11}\log_{0,99}\left({}^-\frac{1}{120}(r - 120)\right)$, où C correspond à la concentration (en ppm) de gaz carbonique et r, au rendement (en %) d'une culture en serre.

Activité 1

Page 248

a. À une fonction exponentielle.

b. Évolution du nombre de visiteurs dans le parc en fonction du temps

Temps (années)	Nombre de visiteurs
0	**3000**
1	**4106**
2	**4967**
3	**5638**
4	**6161**
5	**6567**
6	**6884**

c. Plus le temps passe, plus le nombre de visiteurs augmente rapidement.

d. **1)** Environ 7131 visiteurs seront admis dans le parc.
2) Environ 7849 visiteurs seront admis dans le parc.

e. Ces deux graphiques représentent des fonctions réciproques entre elles puisqu'ils sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

f. **1)** f^{-1} **2)** f

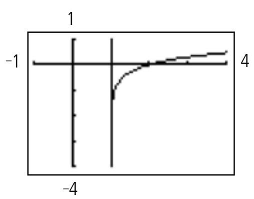
Technomath

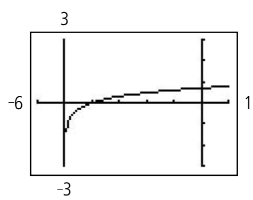
Page 249

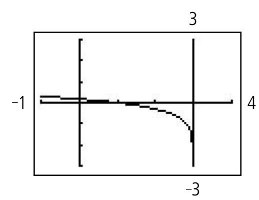
a. Y1 : b $= 1$ et h $= 2{,}4$; Y2 : b $= 2$ et h $= -1{,}8$; Y3 : b $= -2$ et h $= -4{,}2$.

b. **1)** $x = -4{,}2$ **2)** $x = -1{,}8$ **3)** $x = 2{,}4$

c. L'équation de l'asymptote verticale associée à une fonction logarithmique de la forme $y = \mathrm{a}\log \mathrm{b}(x - \mathrm{h})$ est $x = \mathrm{h}$.

d. **1)**


2)


3)


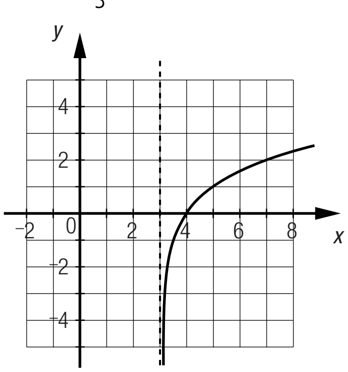
Mise au point 4.2

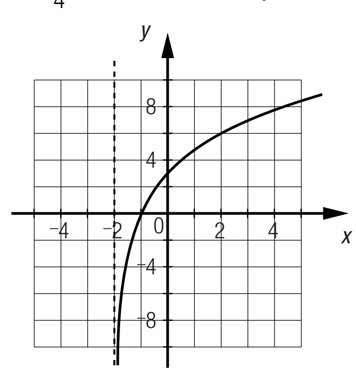
Page 252

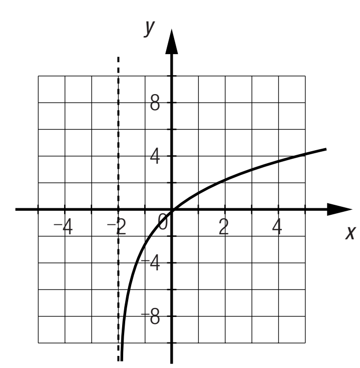
1. **a)** $x = 6$ **b)** $x = 10\,000$ **c)** $x = -3$ **d)** $x = 1{,}5$
e) $x = 10$ **f)** $x \approx 0{,}0083$ **g)** $x = 6$ **h)** $x \approx 2{,}9542$

2. **a)** $f^{-1}(x) = \log_8\left(\frac{x}{5}\right)$ **b)** $g^{-1}(x) = \log_{\frac{3}{4}}(x - 9)$ **c)** $h^{-1}(x) = \ln\left(-\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)$
d) $i^{-1}(x) = \log\left(-\frac{3x}{2} + \frac{3}{4}\right) + 7$ **e)** $j^{-1}(x) = \frac{5}{2}\log_{\frac{5}{9}}\left(\frac{20x}{119}\right)$ **f)** $k^{-1}(x) = 4\ln\left(\frac{x}{60}\right)$

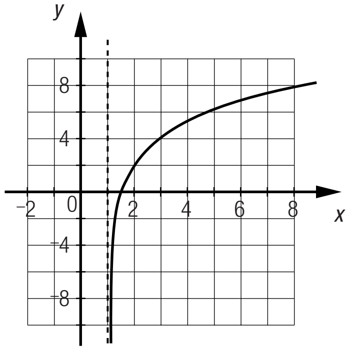
3. **a)** $f^{-1}(x) = 8^{\frac{x}{12}}$ **b)** $g^{-1}(x) = 10^x - 5$ **c)** $h^{-1}(x) = e^{\frac{2x}{25}}$
d) $i^{-1}(x) = \frac{1}{3}(4)^{\frac{5x}{3}} + 4$ **e)** $k^{-1}(x) = -\frac{5}{4}e^{2x}$ **f)** $j^{-1}(x) = \frac{1}{2}(10)^{\frac{-x-2}{5}} - 4$

4. **a)**


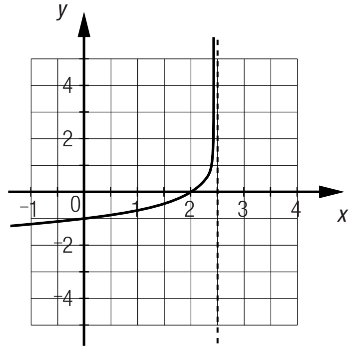
b)


c)


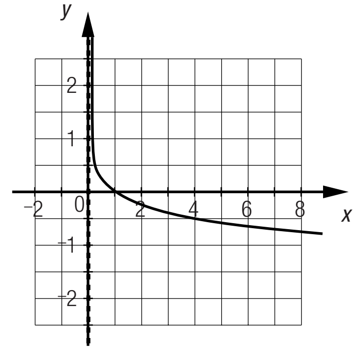
d)



e)



f)



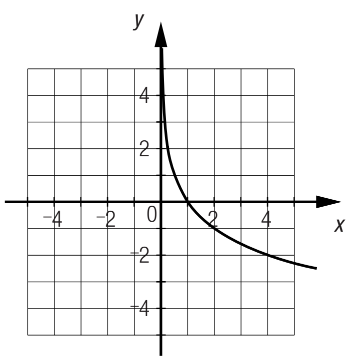
5. A 1, B 1, C 2, D 1, E 2, F 2

Mise au point 4.2 (*suite*) **Page 253**

6. a) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$ **b)** $f(x) = \log_2(-x + 2)$ **c)** $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 8)$

d) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}2x$ **e)** $f(x) = \log_{16}\left(\frac{2}{3}(x + 2)\right)$ **f)** $f(x) = \log(-1{,}25(x - 12))$

7. a) Les deux courbes sont superposées.



b) $y = -\log_2 x \Leftrightarrow -y = \log_2 x$

$\Leftrightarrow 2^{-y} = x$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = x$

$\Leftrightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} x$

8. a) 1) Domaine : $]-16, +\infty[$; codomaine : $\mathbb{R}$. **2)** 2 **3)** $x = -16$
4) Croissante sur son domaine.

b) 1) Domaine : $]-\infty, 2[$; codomaine : $\mathbb{R}$. **2)** 2 **3)** $x = 2$
4) Décroissante sur son domaine.

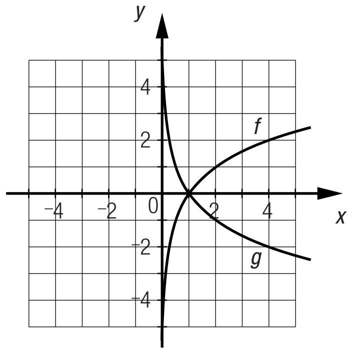
c) 1) Domaine : $]-2, +\infty[$; codomaine : $\mathbb{R}$. **2)** $\approx -4{,}15$ **3)** $x = -2$
4) Décroissante sur son domaine.

d) 1) Domaine : $]-4, +\infty[$; codomaine : $\mathbb{R}$. **2)** 2 **3)** $x = -4$
4) Croissante sur son domaine.

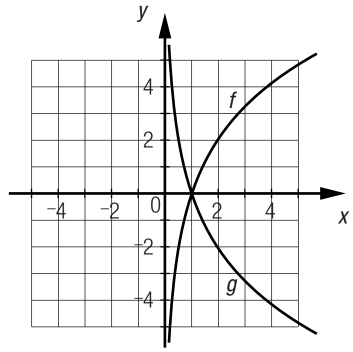
e) 1) Domaine : $]-\infty, 2[$; codomaine : $\mathbb{R}$. **2)** $\approx 0{,}14$ **3)** $x = 2$
4) Croissante sur son domaine.

f) 1) Domaine : $]-\infty, 13{,}5[$; codomaine : $\mathbb{R}$. **2)** -15 **3)** $x = 13{,}5$
4) Croissante sur son domaine.

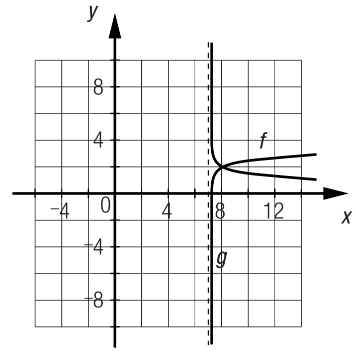
9. a) 1)



2)



3)

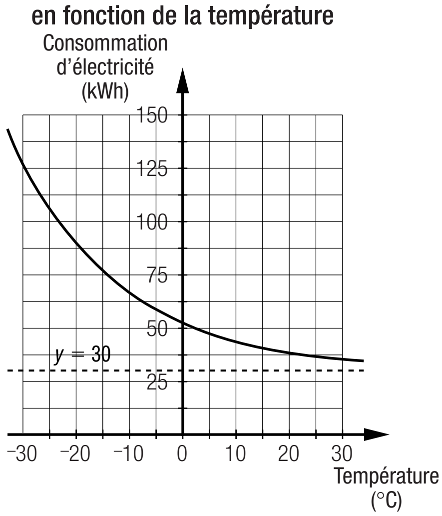


b) 1) Une réflexion par rapport à l'axe des x. **2)** Une réflexion par rapport à l'axe des x.
3) Une réflexion par rapport à l'axe $y = 2$.

10. a) $\approx$ 27,38 MJ
b) 1) $x = 4095 \ln 0{,}1(E + 10)$ **2)** $\approx$ 7337,26 tours/min

11. a) Il y a 31 000 blogues.
b) La règle est $B(t) = 1000(10)^t + 30\ 000$, où $B(t)$ correspond au nombre de blogues et t, au temps (en années) écoulé.
c) 1) La règle de la réciproque est $T(b) = \log \dfrac{b - 30\ 000}{1000}$, où $T(b)$ correspond au temps (en années) écoulé et b, au nombre de blogues.
2) Il y a 500 000 blogues aux environs du mois d'août 1992.

12. a) Consommation d'électricité en fonction de la température



b) La consommation moyenne journalière tendra vers 30 kWh peu importe la température extérieure.
c) 1) La règle de la réciproque est $t(C) = {}^-20 \ln \dfrac{x - 30}{22}$, où $t(C)$ correspond à la température extérieure (en °C) et C, à la consommation (en kWh) d'électricité.
2) La température extérieure est environ de ⁻24,26 °C.

13. a) 1) Le temps de congélation est environ de 10,35 min.
2) Le temps de congélation est environ de 23,26 min.
3) Le temps de congélation est environ de 44,33 min.
b) 1) La règle de la réciproque est $x = 337e^{-0{,}005T} - 300$, où T correspond au temps (en min) écoulé depuis le début du processus et x, à la température (en °C) des embryons.
2) La température des embryons est environ de ⁻198,5 °C.

14. a) Il faut une quantité de sable comprise entre environ 358 352 m^3 et environ 548 480 m^3.

b) 1) La règle est $t(Q) = 0{,}1e^{q} - 0{,}1$, où $t(Q)$ correspond au temps (en mois) écoulé et Q, à la quantité (en centaines de milliers de mètres cubes) de sable drainé.

2) Il faut environ 14,74 mois.

Page 256

Mise au point 4.2 (*suite*)

15. a) La règle est $Q(t) = \log(^-50(t - 9))$, où $Q(t)$ correspond à la quantité (en hL) d'eau potable disponible et t, au temps (en années) écoulé.

b) La production journalière initiale est environ de 2,65 hL ou 265 L.

c) Environ 1,7 hL ou 170 L seront disponibles à ce moment.

16. a) $[H^+] = 10^{-(pH)}$

b) **Caractéristiques de certains liquides**

Liquide	$[H^+]$ (mol/L)	pH
Lait	**≈ $1,74 \times 10^{-7}$**	6,76
Jus d'orange	$1,95 \times 10^{-4}$	**≈ 3,71**
Eau de Javel	$1,78 \times 10^{-13}$	**≈ 12,75**
Café	**≈ $1,29 \times 10^{-5}$**	4,89
Sang humain	$4,57 \times 10^{-8}$	**≈ 7,34**
Acides gastriques	$6,17 \times 10^{-2}$	**≈ 1,21**
Eau distillée	**1×10^{-7}**	7
Thé	**≈ $3,16 \times 10^{-6}$**	5,5

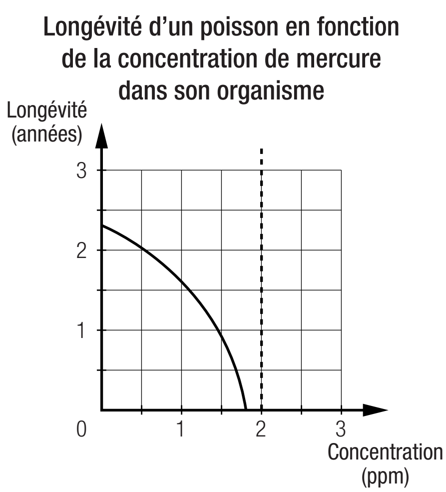
Page 257

Mise au point 4.2 (*suite*)

17. **Intensité d'un son en fonction de la pression acoustique**

Nature du son	Pression (Pa)	Intensité (dB)	Perception
Tonnerre	11,25	**≈ 115**	**Dangereuse**
Sirène de pompiers	35,56	**≈ 125**	**Insupportable**
Conversation normale	0,02	**60**	**Normale**
Abords d'une autoroute achalandée	1,12	**≈ 95**	**Douloureuse**
Discothèque	5,02	**≈ 108**	**Dangereuse**
Concert rock	63,25	**≈ 130**	**Insupportable**

18. a)



b) 1) La longévité de ce poisson est environ de 2,3 ans.

2) La longévité de ce poisson est environ de 11 mois ou environ 0,92 ans.

c) **1)** La règle de la réciproque est $C(L) = -0{,}2^{eL} + 2$, où $C(L)$ correspond à la concentration (en ppm) de mercure dans l'organisme et L, à la longévité (en années) d'un poisson.
2) La concentration de mercure est environ de 2 ppm.

SECTION 4.3 Les situations exponentielles et logarithmiques

Problème

Page 258

Plusieurs réponses possibles. Exemple :

Le temps d'affinage est compris entre environ 16,57 jours et environ 19,64 jours.

Activité 1

Page 259

a. On peut passer :
- de ① à ②, puisque $m = c^n$;
- de ② à ③, par la loi des exposants $(c^n)^x = c^{xn}$;
- de ③ à ④, par l'équivalence $m^x = c^{xn} \Leftrightarrow xn = \log_c m^x$;
- de ④ à ⑤, puisque $n = \log_c m$.

b. **1)** 36 **2)** 7,5 **3)** -6 **4)** $-6{,}8$

c. Puisque $\log 9^{5000}$ est équivalent à $5000 \log 9$, il suffit de calculer $\log 9$ et de multiplier ce nombre par 5000. Ainsi, $\log 9^{5000} = 5000 \log 9 \approx 5000 \times 0{,}95 \approx 4771{,}21$.

d. On peut passer :
- de ① à ②, puisque $m = c^n$;
- de ② à ③, puisque $\log_d c^n = n \log_d c$ (équivalence vue précédemment);
- de ③ à ④, en divisant les deux membres de l'équation par $\log_d c$;
- de ④ à ⑤, puisque $n = \log_c m$.

Activité 1 (*suite*)

Page 260

e. À l'aide de l'équivalence $\log_c m = \frac{\log_d m}{\log_d c}$, où $d = 10$ ou $d = e$, il est possible de calculer le logarithme d'un nombre en n'importe quelle base.

f. **1)** $\log_6 77$ **2)** $\log_5 0{,}7$ **3)** $\log_{\frac{1}{3}} 8$

g. **1)** $y = \log_5 x$ **2)** $y = \log_{5,2}(x + 4)$ **3)** $y = \log_{0,2}\left(\frac{x}{5}\right)$

Activité 2

Page 261

a. Les coûts liés à la recherche et au développement correspondent à la valeur initiale, c'est-à-dire qu'ils sont de 5000 $.

b. **1)** $0{,}98 = 0{,}98^x$
2) Le membre de gauche a la même base que le membre de droite. Ainsi, $x = 1$.

c. **1)** On peut passer :
- de ① à ② en soustrayant 200 des deux membres de l'équation;
- de ② à ③ en divisant les deux membres de l'équation par 4800;
- de ③ à ④, puisque $\frac{1}{96} = 0{,}98^x \Leftrightarrow x = \log_{0,98}\frac{1}{96}$;
- de ④ à ⑤, par la propriété de changement de base : $\log_c m = \frac{\log_d m}{\log_d c}$;
- de ⑤ à ⑥ en effectuant $\frac{\log \frac{1}{96}}{\log 0{,}98} \approx 226$.

2) La valeur obtenue à l'étape ⑥ signifie qu'il faut vendre environ 226 microscopes pour que le prix de vente d'un microscope soit de 250 $.

d. $250 < 4800(0{,}98)^x + 200$

e. $x > 226$

Activité 3

Page 262

a. **1)** Le zéro.

2) On peut passer :
- de ① à ②, en additionnant 18 aux deux membres de l'équation ;
- de ② à ③, en divisant les deux membres de l'équation par 9 ;
- de ③ à ④, puisque $\log(x + 5) = 2 \Leftrightarrow x + 5 = 10^2$;
- de ④ à ⑤, car $10^2 = 100$;
- de ⑤ à ⑥, en soustrayant 5 des deux membres de l'inéquation.

b. $]-5, +\infty[$

c. L'intervalle où f est négative.

d. $]-5, 95[$

Mise au point 4.3

Page 266

1. **a)** 5 **b)** $\approx -3{,}55$ **c)** $\approx 3{,}32$
d) 1 **e)** 0 **f)** $\approx 1{,}57$
g) -3 **h)** $\approx 1{,}11$ **i)** $\approx -11{,}14$

2. **a)** $2\log_6 x$ **b)** $5\log_{12}(x - 2)$ **c)** $-3\log(4x - 1)$
d) $-\ln x$ **e)** $\frac{1}{2}\log_{40}(25x)$ **f)** $y\log_c z$
g) $2\ln\left(\frac{x}{y}\right)$ **h)** $-3\log x$ ou $3\log\left(\frac{1}{x}\right)$.

3. **a)** $x \approx 0{,}56$ **b)** $x \approx -0{,}58$ **c)** $x = -2$ **d)** $x = -1$
e) $x \approx -1{,}24$ **f)** $x \approx 13{,}06$ **g)** Aucune solution. **h)** 1
i) $x \approx 0{,}74$ **j)** $x \approx -1{,}89$

4. A 6, B 5, C 2, D 1, E 8, F 7, G 4, H 3

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 267

5. **a)** $x = 93$ **b)** $x \approx 1{,}71$ **c)** $x \approx 10{,}25$
d) $x \approx -3509{,}52$ **e)** $x \approx 0{,}213$ **f)** $x \approx 25{,}21$
g) $x \approx 2{,}13$ **h)** $x = -0{,}25$

6. **a)** $x \approx 1{,}03$ **b)** $x \approx 0{,}30$ **c)** $x \approx 5{,}01$ **d)** $x \approx 7{,}15$

7. **a)** **1)** $x \approx 6{,}14$ **2)** Négatif sur $]-\infty, 6{,}14]$; positif sur $[6{,}14, +\infty[$.
b) **1)** $x \approx 7{,}04$ **2)** Négatif sur $]7, \approx 7{,}04]$; positif sur $]\approx 7{,}04, +\infty[$.
c) **1)** $x \approx 3{,}74$ **2)** Négatif sur $[\approx 3{,}74, +\infty[$; positif sur $]-\infty, \approx 3{,}74]$.
d) **1)** $x \approx 1{,}16$ **2)** Négatif sur $[\approx 1{,}16, +\infty[$; positif sur $]-\infty, \approx 1{,}16]$.
e) **1)** $x = -1$ **2)** Négatif sur $]-2, -1]$; positif sur $[-1, +\infty[$.
f) **1)** $x \approx 0{,}14$ **2)** Négatif sur $[0{,}14, +\infty[$; positif sur $]0, 0{,}14]$.

8. **a)** $x \geq 0{,}5$ **b)** $x \leq 1$ **c)** $x \geq 3$ **d)** $x \geq -11$ **e)** $x \leq 1{,}5$ **f)** $x \leq 0$

9. **a)** $x \geq 3$ **b)** $\left]-4, -\frac{7}{4}\right]$ **c)** $x > \approx -500$ **d)** $x \geq 52$ **e)** $]0, 25]$ **f)** $]6, 7]$

10.

Fonction	f	f^{-1}
Règle	$f(x) = -0,3(2)^x + 3$	$f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{-10x + 30}{3}\right)$
Domaine	$\mathbb{R}$	$]-\infty, 3[$
Codomaine	$]-\infty, 3[$	$\mathbb{R}$
Valeur initiale	2,7	≈ 3,32
Zéro	≈ 3,32	2,7
Signe	Positif sur $]-\infty, 3,32]$; négatif sur $[3,32, +\infty[$.	Positif sur $]-\infty, 2,7]$; négatif sur $[2,7, +\infty[$.

Mise au point 4.3 (*suite*) **Page 268**

11. **a)** $x = 8$ **b)** $x = 2$ **c)** $x = \sqrt{10} - 2$ **d)** $x = -4$ **e)** $x = 1002$
f) $x = 6$ **g)** $x = e$ ou $x = -e$. **h)** $x = \frac{1}{3}$ **i)** $x = 5$ **j)** $x = 2$ ou $x = 5$.

12. **a)** L'air est à une température de 27 °C.
b) **1)** La molécule d'air parcourt 1 m. **2)** La molécule d'air parcourt environ 2,94 m.
3) La molécule d'air parcourt environ 8,7 m.
c) La longueur du tuyau est comprise entre environ 5,97 m et environ 15,28 m.

13. **a)** Il faut environ 6,12 ans.
b) Il faut environ 11,3 ans.
c) Il faut entre environ 15,78 ans et environ 23,28 ans.

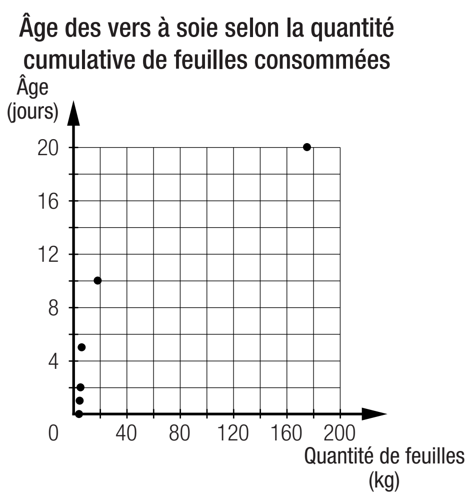
14. **a)** La règle est $V(t) = 1500\left(1 + \frac{0,035}{2}\right)^{2t} = 1500(1,0175)^{2t}$, où $V(t)$ correspond à la valeur (en $) du placement et t, au temps (en années) écoulé.
b) La valeur de ce placement aura doublé dans environ 19,98 ans.
c) Ce placement dure au moins environ 14,72 ans.

Mise au point 4.3 (*suite*) **Page 269**

15. Le bateau vaut 25 000 $ environ 49,45 mois après l'achat.

16. La mise en garde doit être émise environ 11,46 semaines après le 1er mai.

17. **a)**



b) La règle est $A(q) = \log_{1,25}(0,5q)$, où $A(q)$ correspond à l'âge (en jours) des vers à soie et q, à la quantité cumulative (en kg) de feuilles consommées.

c) **1)** Les vers à soie sont âgés d'environ 14,43 jours.
2) Les vers à soie sont âgés d'environ 21,64 jours.
3) Les vers à soie sont âgés d'environ 27,38 jours.

d) Les vers à soie sont matures à 29,03 jours environ.

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 270

18. **a)** **1)** Il y aura 690 membres.
2) Il y aura environ 740 membres.
3) Il y aura environ 913 membres.
4) Il y aura environ 1388 membres.

b) Cet achat se fera après environ 14,62 mois.

19. La culture compte plus de 2000 drosophiles après environ 22,72 jours.

20. **a)** La pression atmosphérique est environ de 93,39 kPa.
b) L'altitude est environ de 5,23 km.
c) La pression atmosphérique est environ de 73,41 kPa.

21. **a)** **1)** 60 min **2)** 42 min **3)** $\approx$ 2,42 min
b) **1)** Au moins 2 pièces. **2)** Au moins 3 pièces. **3)** Au moins 5 pièces.

Mise au point 4.3 (*suite*)

Page 271

22. **a)** La pression exercée sur la tige d'acier est de 100 MPa à environ 0,94 s.
b) La pression exercée sur la tige d'acier est de 250 MPa à environ 3,51 s.
c) La pression exercée sur la tige d'acier est de 348 MPa à environ 14,48 s.

23. **a)** **1)** L'épaisseur d'une vitre teintée est environ de 2,23 cm.
2) L'épaisseur d'une vitre teintée est environ de 10,5 cm.
b) **1)** L'épaisseur d'une vitre teintée est environ de 16,09 cm.
2) L'épaisseur d'une vitre teintée est environ de 4,78 cm.

24. **a)** **1)** $\approx$ 8,11 % **2)** $\approx$ 5,78 % **3)** $\approx$ 4,58 %
b) **1)** $\approx$ 4,96 ans **2)** $\approx$ 15,4 ans **3)** $\approx$ 24,41 ans
c) **1)** $r = \frac{\ln 2}{t}$ **2)** $t = \frac{\ln 2}{r}$

RUBRIQUES PARTICULIÈRES 4

Chronique du passé

Page 273

1. **a)** 717,32 $ **b)** 129 116,70 $

2. **a)** 2 584 929 **b)** 45 **c)** 262 144
d) 16 807 **e)** 21 **f)** 2 585 869

Le monde du travail

Page 275

1. La concentration d'uranium est conforme entre environ 2,61 h et environ 7,64 h.

2. **a)** Il y a plus de 1 million de neutrons libérés après environ 2,14 µs.
b) Environ $5{,}74 \times 10^{24}$ neutrons sont libérés.

3. La règle est $T(x) \approx -46e^{-0{,}004x} + 26$.

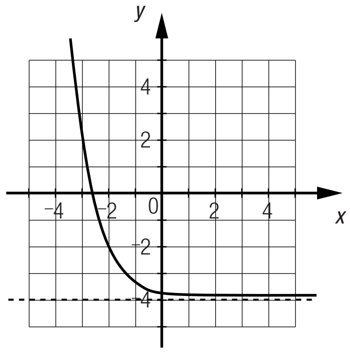
Vue d'ensemble

Page 276

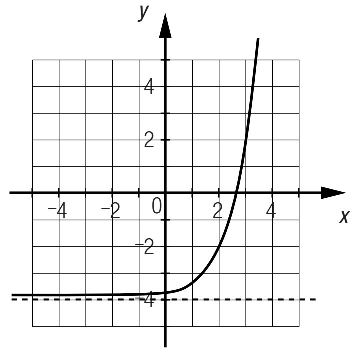
1. a) $f^{-1}(x) = 3^{\frac{x}{4}} + 8$ **b)** $g^{-1}(x) = 12(10)^{-2x}$ **c)** $h^{-1}(x) = -\log_{1,15}\left(-\frac{5x}{11}\right) - 6$

d) $i^{-1}(x) = -\frac{1}{4}\ln\left(-\frac{x}{15}\right)$ **e)** $j^{-1}(x) = \log_{0,85}(0,5x - 6)$ **f)** $k^{-1}(x) = 150e^{\frac{x}{200}}$

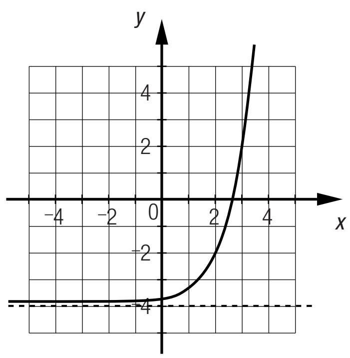
2. a) 1)



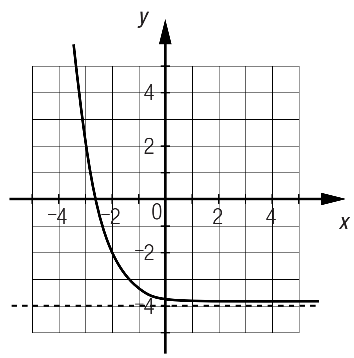
2)



3)



4)



b) Malgré les différentes formes d'écriture des règles des fonctions, la représentation graphique est parfois la même.

3. a) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−∞, 0[. **2)** ≈ −195,31 **3)** Aucun.
4) Négatif sur le domaine de la fonction.

b) 1) Domaine :]−∞, 7[; codomaine : ℝ. **2)** ≈ −5,24 **3)** ≈ −24,62
4) Négatif sur [≈ −24,62, 7[; positif sur]−∞, ≈ −24,62].

c) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−6, +∞[. **2)** ≈ −5,78 **3)** −3
4) Négatif sur [−3, +∞[; positif sur]−∞, −3].

d) 1) Domaine :]−7, +∞[; codomaine : ℝ. **2)** ≈ 5,77 **3)** 93
4) Négatif sur [93, +∞[; positif sur]−7, 93].

e) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−1, +∞[. **2)** ≈ −0,58 **3)** 1,5
4) Négatif sur]−∞, 1,5] ; positif sur [1,5, +∞[.

f) 1) Domaine :]−8, +∞[; codomaine : ℝ. **2)** 8 **3)** 8
4) Négatif sur [8, +∞[; positif sur]−8, 8].

g) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−∞, 4[. **2)** ≈ 3,98 **3)** ≈ 5,31
4) Négatif sur [≈ 5,31, +∞[; positif sur]−∞, ≈ 5,31].

h) 1) Domaine :]3, +∞[; codomaine : ℝ. **2)** Aucune. **3)** ≈ 3,497
4) Négatif sur [≈ 3,5, +∞[; positif sur]3, ≈ 3,5].

i) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]5, +∞[. **2)** 17,8 **3)** Aucun.
4) Positif sur le domaine de la fonction.

j) 1) Domaine :]2, +∞[; codomaine : ℝ. **2)** Aucune. **3)** ≈ 2,596
4) Négatif sur [≈ 2,6, +∞[; positif sur]2, ≈ 2,6].

k) 1) Domaine : ℝ ; codomaine :]−8, +∞[. **2)** 249 992 **3)** ≈ 1,12
4) Négatif sur [≈ 1,12, +∞[; positif sur]−∞, ≈ 1,12].

l) 1) Domaine :]0,4, +∞[; codomaine : ℝ. **2)** Aucune. **3)** ≈ 15,37
4) Négatif sur [≈ 15,37, +∞[; positif sur]0,4, ≈ 15,37].

4. **a)** $x \approx -0{,}97$ **b)** $x = 120$ **c)** $x \approx 3{,}34$
d) $x \approx -0{,}48$ **e)** $x \approx 0{,}31$ **f)** $x = 4\,000\,000$
g) $x \approx -0{,}025$ **h)** $x \approx 0{,}9$ **i)** $x = -143$

5. **a)** $x = 5$ **b)** $x = 729$ **c)** $x = 4$
d) $x \approx 8{,}66$ **e)** $x \approx 4{,}73$ **f)** $x = 0{,}0081$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 277

6. **a)** $f(x) = -0{,}5(5)^x + 8$ **b)** $f(x) = \log_3 0{,}5(x - 2)$ **c)** $f(x) = 3(0{,}5)^x - 3$
d) $f(x) = \log_{0,5} -0{,}2(x - 4)$ **e)** $f(x) = 2000(1{,}8)^x + 500$ **f)** $f(x) = \log_{0,9} \frac{1}{5000}(x - 1000)$
g) $f(x) \approx -2(0{,}82)^x + 1$ **h)** $f(x) = -2(10)^x - 1{,}5$ **i)** $f(x) = \log(-0{,}5(x + 1{,}5))$

7. **a)** $x > 1{,}73$ **b)** $x \in\ ]6, 59\,055[$ **c)** $x \geq\ \approx 6{,}62$
d) $x \leq -950\,000$ **e)** $x \geq\ \approx -8{,}21$ **f)** $x \leq\ \approx -0{,}89$
g) $x \in\ ]\approx 0{,}46, 1[$ **h)** $x \in\ ]0, 8]$ **i)** Aucune solution.

8. **a)** $x = 5$ **b)** $x = 2$ **c)** $x \approx -1{,}63$ **d)** $x \approx 3{,}61$

Vue d'ensemble (*suite*)

Page 278

9. **a)** La règle est $T(p) = 60\log_{0,97}\frac{p + 10}{110}$, où $T(p)$ correspond au temps (en min) écoulé depuis son application et p, au pourcentage d'efficacité.
b) Le pourcentage d'efficacité est environ de 93,5 %.
c) On doit appliquer l'écran solaire de nouveau après environ 507,88 min, soit environ 8,46 h.

10. La personne devrait choisir les intérêts composés tous les 6 mois pour obtenir un montant final d'environ 7341,49 $ plutôt que d'environ 7276,25 $.

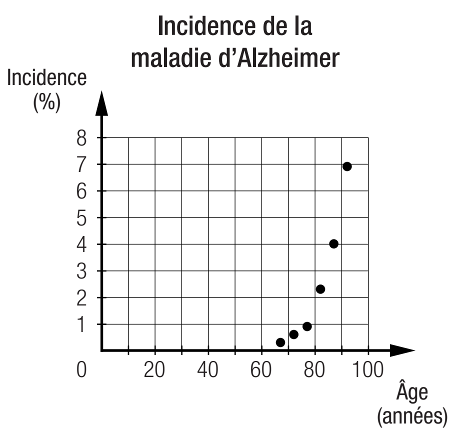
11. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $y = \frac{9189}{10\,000}e^{\frac{13x}{2000}}$

Vue d'ensemble (*suite*)

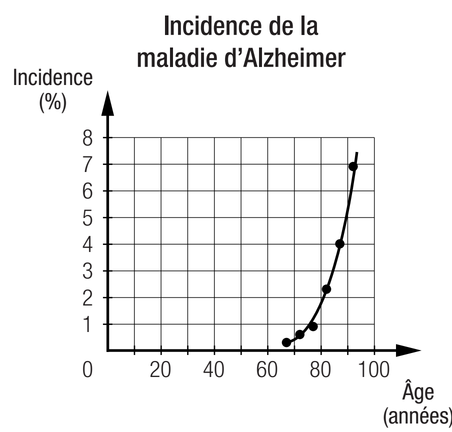
Page 279

12. **a)** La règle est $P(t) = 500(0{,}81)^{\frac{t}{4}} - 25$, où $P(t)$ correspond à la population de requins et t, au temps (en années) écoulé.
b) La région compte 250 individus à environ 11,35 ans.
c) La population de requins est au moins de 100 individus pendant environ 26,32 ans.
d) La population de requins disparaît à environ 56,87 ans.

13. **a)**



b) **1)**



2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $I = \frac{e^{0,1275a}}{16\,666{,}67}$

c) Une personne devrait être soumise à ces tests à partir de 76 ans.

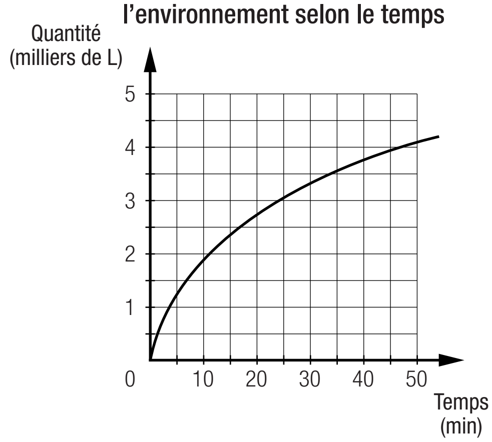
Vue d'ensemble (*suite*) **Page 280**

14. **a)** Le niveau d'eau est environ de 2,5 m.

b) La règle est $N(d) = 1{,}5\log_{18{,}5}(d + 1)$, où $N(d)$ correspond au niveau d'eau (en m) et d, au débit (en m^3/s) du cours d'eau.

15. Le seuil critique est environ de 74,3 cm^3/s.

16. **a)** Quantité de produits chimiques déversés dans l'environnement selon le temps



b) 5000 L de produits chimiques auront été déversés après environ 89,48 min.

c) La fuite a duré entre environ 47,49 min et environ 89,48 min.

17. Les températures possibles de ce mélange sont comprises entre environ 20,64 °C et environ 32,02 °C.

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 281**

18. **a)** 2500 abeilles habitent ces ruches.

b) **1)** Il y a environ 4555 abeilles. **2)** Il y a environ 8300 abeilles. **3)** Il y a environ 27 558 abeilles.

c) Cette population d'abeilles compte 50 000 individus aux environs du 6 mai, soit 5 semaines après le 1er avril.

19. **a)** Au début du processus de vieillissement, l'eau compte pour 30 % de la masse de ce fromage.

b) La quantité d'eau sera de 28 % de la masse de ce fromage dans environ 6,90 ans.

20. **a)** **1)** 450 **2)** 10,7 **3)** 225

b) **1)** $225 = 450e^{a10{,}7}$ **2)** $\approx -0{,}06$ **3)** $M = 450e^{-0{,}0648t}$

c) **1)** $M = 5e^{-0{,}0001t}$ **2)** $M = 50e^{-0{,}0564t}$ **3)** $M = M_0e^{\frac{-t}{1\,024\,313\,479}}$

Vue d'ensemble (*suite*) **Page 282**

21. **a)** 250 pissenlits.

b) **1)** Environ 503 pissenlits. **2)** Environ 1014 pissenlits. **3)** Environ 4111 pissenlits.

c) Environ 26 pissenlits.

22. **a)** La règle est $Q(t) = 2(0{,}8)^{2t}$.

b) Puisqu'il reste 0,8192 L de liquide, 1,1808 L du liquide s'est évaporé.

c) On doit arrêter l'ébullition après environ 4,25 h.

d) La quantité de sauce produite sera de 0,3 L.

23. **a)** Environ 3,46 millions de visiteurs.

b) 4 millions de visiteurs.

c) Environ 4,95 millions de visiteurs.

Vue d'ensemble (*suite*)

24. a) La règle est $C(t) \approx 300(0{,}95)^t - 10$, où $C(t)$ correspond au nombre de colonies et t, à la température (en °C).

b) À 60 °C, il reste environ 3,82 colonies de bactéries. Il est plus sécuritaire de ne pas consommer cette viande.

25. a) 1) La concentration de CO_2 en fonction du temps évolue selon un modèle linéaire.

2) La concentration de CO_2 en fonction du temps évolue selon un modèle exponentiel.

b) La règle est $Q(t) = 0{,}2t + 285$, où $Q(t)$ correspond à la quantité (en ppm) de CO_2 et t, au temps (en années) écoulé depuis 1850.

c) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
La règle est $Q(t) \approx 0{,}006(1{,}07)^t + 300$, où $Q(t)$ correspond à la quantité (en ppm) de CO_2 et t, au temps (en années) écoulé depuis 1850.

d) *Plusieurs réponses possibles. Exemples :*

1) La concentration possible de CO_2 est environ de 377,96 ppm.

2) La concentration possible de CO_2 est environ de 453,36 ppm.

3) La concentration possible de CO_2 est environ de 893,46 ppm.

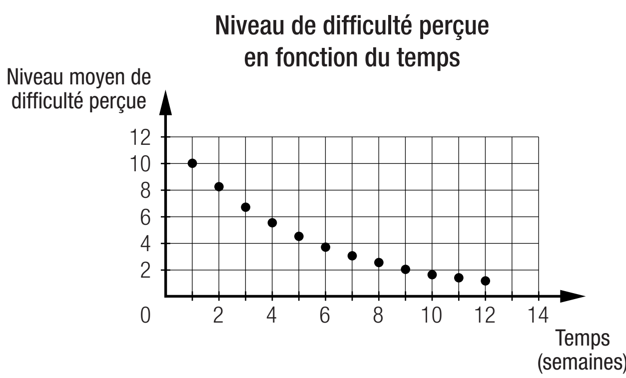
Vue d'ensemble (*suite*)

26. La température varie entre environ 25,28 °C et environ 25,55 °C. L'écart de température est donc d'environ 0,27 °C.

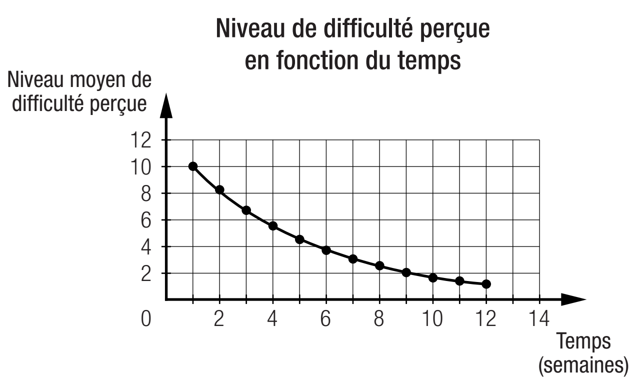
27. Le temps nécessaire à la dégradation complète :
- d'un sac en plastique est environ de 461,75 ans ;
- d'un mouchoir de papier est environ de 0,25 année (3 mois) ;
- d'un carton de lait est environ de 49,88 ans ;
- d'une gomme à mâcher est environ de 5 ans ;
- d'une pile alcaline est environ de 6931,13 ans.

Vue d'ensemble (*suite*)

28. a)



b) 1)



2) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :* $D = 12{,}342e^{-0{,}2025x}$

c) 1) À la semaine 2. **2)** À la semaine 3. **3)** À la semaine 4. **4)** À la semaine 6.

29. Il y a un écart d'environ 4,35 ans entre les moments où chacune de ces villes a reçu la subvention.

Banque de problèmes

Page 286

1. Calculer le nombre de personnes qui sont infectées au début du processus de conception du vaccin en substituant 0 à t dans l'équation suivante.

$$N = 3000(1{,}75)^0 + 5000 = 8000 \text{ personnes.}$$

Calculer le moment où la campagne de vaccination massive a commencé en substituant 46 000 à N dans l'équation suivante.

$$46\,000 = 3000(1{,}75)^t + 5000$$
$$t \approx 4{,}67 \text{ mois.}$$

À partir de ce moment, le nombre de personnes infectées diminue selon une fonction polynomiale de degré 1 dont la droite passe par les points suivants : ($\approx$ 4,67, 46 000) et (5, 40 000). Soit t le temps (en mois) écoulé depuis le début de la campagne de vaccination et N le nombre de personnes infectées.

$$N \approx -18\,337{,}4t + 131\,687$$

On veut connaître la valeur de t lorsque 8000 personnes ou moins sont infectées.

$$8000 \approx -18\,337{,}4t + 131\,687$$
$$t \approx 6{,}75 \text{ mois.}$$

On veut également connaître la valeur de t lorsque plus personne ne sera infecté.

$$0 \approx -18\,337{,}4t + 131\,687$$
$$t \approx 7{,}18 \text{ mois.}$$

Entre environ 6,75 mois et 7,18 mois après le début du processus de conception du vaccin, le nombre de personnes atteintes du virus est inférieur au nombre de personnes qui étaient infectées au début du processus de conception du vaccin.

2. Note : Dans le manuel l'encadré tramé devrait se lire ainsi :

- le nombre de cellules souches de type A triple toutes les 2 h ;
- le nombre N de cellules souches de type B varie selon le règle $N = Q_A(5)^{2(t-2)}$, où Q_A correspond au nombre initial de cellules souches de type A et t, au temps (en h).

Déterminer la règle de la fonction qui permet de calculer le nombre de cellules souches $N_A(t)$ de type A selon le temps t (en h).

$$N_A(t) = Q_A(3)^{\frac{t}{2}}$$

Déterminer la règle de la fonction qui permet de calculer le nombre de cellules souches $N_A(t)$ de type B selon le temps t (en h).

$$N_B(t) = Q_A(5)^{2(t-2)}$$

On cherche la valeur de t lorsque $N_A = N_B$.

Après environ 2,41 h, le nombre de cellules souches de type A sera le même que le nombre de cellules souches de type B.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 287

3. Soit S_P la somme investie au départ par Patrice et $V_P(t)$ la valeur de ce placement après t années.

$$V_P(t) = S_P(1{,}02)^{4t}$$

Soit S_M la somme investie au départ par Maryse et $V_M(t)$ la valeur de ce placement après t années.

$$V_M(t) = S_M(1{,}04)^t$$

Sachant que $S_M = 2S_P$, modifier la règle précédente comme suit :

$$V_M(t) = 2S_P(1{,}04)^t$$

Déterminer à quel moment le placement de Patrice aura quadruplé.

On veut que $\frac{V_P}{S_P} = 4$.

On obtient l'équation : $4 = 1{,}02^{4t}$
Donc, $t \approx 17{,}5$ ans.

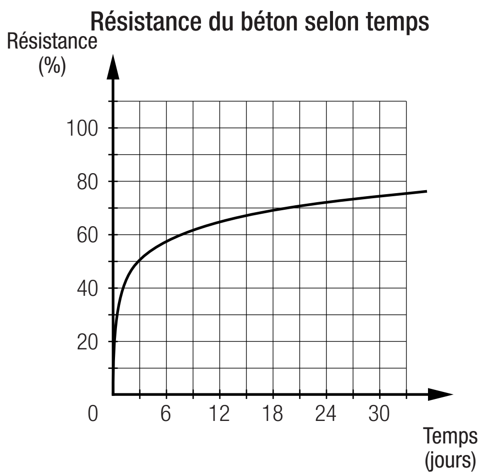
Déterminer la valeur du placement de Maryse dans 17,5 ans.

$$V_S(t) = 2S_P(1{,}04)^{17{,}5} \approx 3{,}97S_P$$

Patrice a raison, car dans environ 17,5 ans, son placement aura quadruplé alors que le placement de Maryse vaudra environ 3,97 fois la somme qu'il a placée initialement.

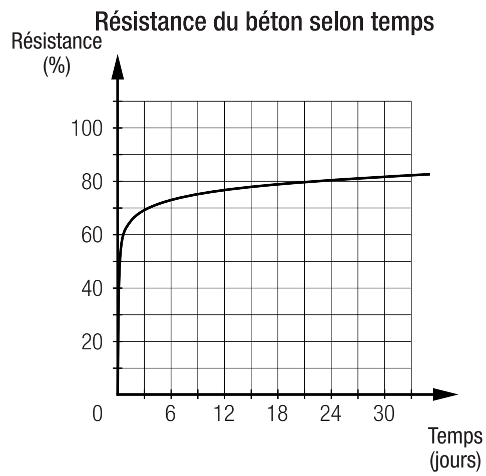
4. **Entreprise A**

La résistance du béton de l'entreprise **A** varie selon la règle $r \approx \log_{1,1}(40(t + 0{,}025))$.



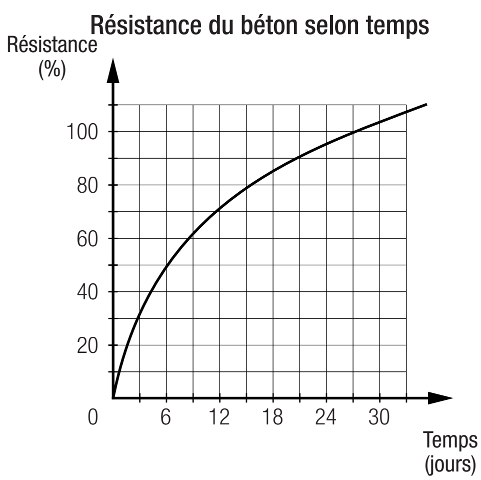
Entreprise B

La résistance du béton de l'entreprise **B** varie selon la règle $r \approx \log_{1,2}(100\ 000(t + 0{,}000\ 01))$.



Entreprise C

La résistance du béton de l'entreprise **C** varie selon la règle $r \approx \log_{1,025}(0{,}4(t + 2{,}5))$.



D'après ces analyses, seul le procédé de l'entreprise **C** respecte les normes de l'industrie, puisque, au 28e jour, le pourcentage de résistance du béton de cette entreprise est environ de 101,3 %.

Banque de problèmes (*suite*) **Page 288**

5. La concentration de chlore dans l'eau d'une piscine varie selon la règle $C(t) = 2(0{,}9)^t$, où $C(t)$ correspond à la concentration (en ppm) de chlore et t, au temps (en jours) écoulé.

Déterminer le temps requis pour que la concentration de chlore atteigne 1 ppm.

$$1 = 2(0{,}9)^t$$
$$t \approx 6{,}58 \text{ jours.}$$

Au début de la saison, mélanger 2 kg de chlore à l'eau de la piscine. Par la suite, ajouter 500 g de chlore tous les 6,5 jours. Cette façon de procéder nécessite environ 9,5 kg de chlore pour que la piscine fonctionne pendant 100 jours.

6. Soit V la valeur (en \$) des actions et t, le temps (en mois) écoulé depuis l'achat.

La valeur des actions de l'entreprise A varie selon la règle $V_A(t) = 4000(1{,}05)^t$.
La valeur des actions de l'entreprise B varie selon la règle $V_B(t) = {}^{-}1000(1{,}05)^t + 8000$.

Déterminer à quel moment $V_A + V_B = 15\,000$.

$$15\,000 = 4000(1{,}05)^t + {}^{-}1000(1{,}05)^t + 8000$$
$$15\,000 = 3000(1{,}05)^t + 8000$$
$$t \approx 17{,}37 \text{ mois.}$$

Jeanne doit vendre ses actions dans environ 17,37 mois.

7. Au début du traitement, il n'y a pas de médicament dans l'organisme du patient. La règle $Q = \log_2(t + 1)$ permet donc de calculer la quantité de médicament présente dans son organisme.

La première injection de médicament prend 255 s ou 4,25 min.

Comme la demi-vie de ce médicament est de 60 min, on obtient l'équation $8(0{,}5)^{\frac{t}{60}} = 0{,}75$. Résoudre cette équation.

$$t \approx 204{,}9 \text{ min}$$

Pour la deuxième injection, il reste 0,75 g de médicament dans l'organisme du patient. La règle $Q = \log_2(t + 1) + 0{,}75$ permet donc de calculer la quantité de médicament présente dans son organisme.

La deuxième injection prend environ 151,2 s ou environ 2,52 min.

Comme le traitement est terminé lorsque la quantité de médicament présente dans l'organisme du patient est inférieure à 0,01 g, on obtient l'inéquation $8(0{,}5)^{\frac{t}{60}} < 0{,}01$. Résoudre cette inéquation.

$$t > 578{,}63 \text{ min}$$

La durée du traitement est environ de 790,3 min, soit environ 13,17 h.

Banque de problèmes (*suite*)

Page 289

8. *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*

Ingrid a tort. Soit la table de valeurs associée à cette situation.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
***f*(*x*)**	19 683	81	3	1	3	81	19 683

On constate que pour une même variation de la variable indépendante, les variations de la variable dépendante ne forment pas une suite arithmétique et que leur différence n'est pas constante :

+ 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
***f*(*x*)**	19 683	81	3	1	3	81	19 683

− 19 602 − 78 − 2 + 2 + 78 + 19 602

+ 19 524 + 76 + 4 + 76 + 19 524

9. Pendant le traitement, le pourcentage de cellules saines varie selon la règle $P(t) = \log_{1,05} {}^{-}10(t - 5)$.

Déterminer à quel moment 20 % des cellules de la moelle osseuse seront saines.

$$20 = \log_{1,05} {}^{-}10(t - 5)$$
$$t \approx 4{,}73 \text{ semaines.}$$

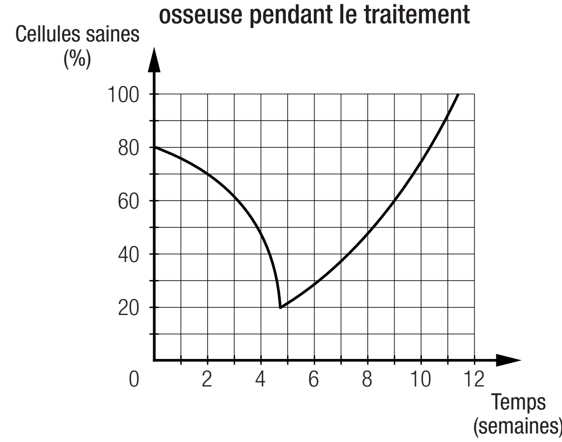
Par la suite, le pourcentage de cellules saines varie selon la règle $P(t) \approx 15(1{,}43)^{\frac{t}{2}} - 15$.

Déterminer à quel moment 100 % des cellules de la moelle osseuse seront saines.

$$100 \approx 15(1{,}43)^{\frac{t}{2}} - 15$$
$$t \approx 11{,}39 \text{ semaines.}$$

Le graphique ci-contre montre que, au départ, 80 % des cellules sont saines. Le nombre de cellules décroit pendant la chimiothérapie pendant environ 4,73 semaines. Les cellules saines augmentent ensuite pour atteindre 100 % au bout d'environ 11,39 semaines.

Évolution des cellules saines de la moelle osseuse pendant le traitement



10. Déterminer le temps t où le parapentiste atteint une altitude maximale.

$$1500 = {}^{-}1300(0{,}85)^{t} + 1600$$
$$t \approx 15{,}78 \text{ min}$$

Déterminer le temps t où il atterira.

$$0 = 0{,}5\left(\frac{e}{3}\right)^{t - 100} - 522$$
$$t \approx 29{,}51 \text{ min}$$

La durée de la descente est environ de 13,73 min.

Le parapentiste n'a pas atteint son objectif, car l'ascension a duré environ 15,78 min alors que la descente a duré environ 13,73 min.