

Introduction aux logarithmes

Partie 1

Répondre aux questions suivantes :

1. Pour chacune des expressions suivantes, trouvez la valeur de x qui permet de conserver l'égalité.

Série 1

$$1) 3^x = 81 \quad 2) 7^x = 49 \quad 3) 2^x = 256 \quad 4) 5^x = 625$$

Alors que certaines réponses peuvent être trouvées mentalement, les autres peuvent facilement l'être par essais et erreurs.

Or, comment trouver, les exposants de la série suivante?

Série 2

$$5) 3^x = 73 \quad 6) 3^x = 7 \quad 7) 2^x = 81 \quad 8) 5^x = \frac{1}{2}$$

Pour se faire, nous devons trouver une façon d'isoler x . À cet effet, il existe une opération nommée le *logarithme*. Généralement, cette opération est appelée \log . L'opérateur \log permet d'isoler l'exposant d'une expression exponentielle.

L'expression exponentielle : $\text{base}^{\text{exposant}} = \text{puissance}$

Devient l'expression logarithmique suivante : $\log_{\text{base}} \text{puissance} = \text{exposant}$

Exemple :

$$2^4 = 16 \Leftrightarrow \log_2 16 = 4$$

Le \log nous donne la valeur de l'exposant afin d'obtenir une puissance quelconque pour une base donnée. Ici, $\log_2 16 = 4$ nous indique que la puissance 16 s'obtient à partir de la base

Les fonctions exponentielles et logarithmiques

2 affectée de l'exposant 4. Calculer le logarithme d'un nombre, dans une base particulière, signifie que l'on recherche l'exposant à appliquer à la base pour obtenir le nombre.

Lorsqu'aucune base n'est mentionnée (ex. $\log 7$), il s'agit de la base 10. La touche log présente sur votre calculatrice permet donc de trouver l'exposant nécessaire pour obtenir une certaine puissance lorsque la base est 10.

Ex. $\log 100$ correspond à $\log_{10} 100$ et lorsqu'on fait $\log 100$ sur la calculatrice on obtient 2, ce qui nous apprend qu'on doit utiliser un exposant de 2 pour obtenir 100 à l'aide d'une base 10.

Exercices 1 :

Calcul les log suivants sur ta calculatrice :

- 1) $\log 11$ 2) $\log 50$ 3) $\log 1000$ 4) $\log 400$

Dans le cas d'une base différente de 10, nous ne pourrions utiliser directement la calculatrice, nous devons préalablement effectuer un changement de base. Nous verrons cette technique au prochain cours. Pour l'instant, sachez que des logiciels comme TI interactive et Excel permettent de calculer le logarithme de n'importe quel base directement. Avec Ti-Intercative utilisez la syntaxe suivante : $\log(\text{puissance}, \text{base})$, alors qu'avec EXCEL la syntaxe est : $\log(\text{nombre}; \text{base})$.

Exercices 2 :

Transposez les huit expressions exponentielles du début de ce document sous la forme logarithmique. Utilisez un logiciel pour calculer la valeur de x pour chacune des expressions de la seconde série.

Dans le manuel « Réflexion » vous trouverez ce vocabulaire :

$$\log_{\text{base}} \text{puissance} = \text{exposant}$$

et

$$\log_{\text{base}} \text{argument} = \text{logarithme}$$

CE SONT DES SYNONYMES!

Assurez-vous d'être à l'aise avec ce vocabulaire.

Les fonctions exponentielles et logarithmiques

Corrigé des exercices de ce document :

Exercices 1 :

1) $\cong 1,0414$ 2) $\cong 1,6999$ 3) 3 4) $\cong 2,6021$

Exercices 2 :

1) $x = \log_3 81$ 2) $x = \log_7 49$ 3) $x = \log_2 256$ 4) $x = \log_5 625$

5) $x = \log_3 73$ où $x \cong 3,9073$ 6) $x = \log_3 7$ où $x \cong 1,6990$

7) $x = \log_2 81$ où $x \cong 6,3399$ 8) $x = \log_5 \frac{1}{2}$ où $x \cong -0,4307$